





فصل ۱

مدرس: د کتر

ماشينهاي الكتريكي

ماشین الکتریکی وسیله ای است برای تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی یا بالعکس.

ماشین های دوار (با حرکت دورانی) ژنراتور انرژی الکتریکی مکانیکی موتور ماشین های دارای حرکت خطی در پاره ای از وسایل الکتریکی همانند کنتاکتورها ، رله ها ، عملگرها و ... انرژی الکتریکی ضمن تبدیل به انرژی مکانیکی سـبب حرکت خـطی می گـردد. ایـن وسایل نیز به نوعی ماشین الکتریکی محسوب می

يروزجاه



میدان مغناطیسی

L در تمامی ماشین های الکتریکی رایج (ژنراتورها ، موتورها ، ترانسفورماتورها , ماشین های با حرکت
 خطی و ...) تبدیل انرژی از طریق (با واسطه) میدان مغناطیسی انجام می شود..

□ مقدار گشتاور و ولتاژ تولیدی در ماشین ها با شار یا چگالی شار مغناطیسی تناسب مستقیم دارد. بدین لحاظ بررسی کار ماشین ها مطالعه دقیق میدان (شار) و مواد مغناطیسی را ایجاب می نماید.

🗖 مواد مغناطیسی دارای نقش و اهمیت زیادی در ماشین های الکتریکی می باشند. از جمله :

ـــ فراهم نمودن امکان ایجاد چگالی شار مغناطیسی زیاد و در نتیجه چگالی انرژی و گشتاور زیاد به ازای واحد حجم ماشین. بعبارتی دیگر تبدیل انرژی زیاد در ماشین های با اندازه های فعلی مدیون خاصیت مفید مواد مغناطیسی می باشد.

ماشين هاى الكتريكي

فصل ۱



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه



یک هادی (سیم) حامل جریان برق در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می کند.



میدان مغناطیسی اطراف چند شکل هندسی ساده



فصل ۱







(s) سیم مستقیم حامل جریان



5



(d) سیم پیچ با هسته هوا





(f) سیم پیچ و مدار مغناطیسی مرکب



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

ميدان مغناطيسي

* مدار یا سازه مغناطیسی ماشین های الکتریکی از مواد فرومغناطیس به تنهائی و یا از مواد فرومغناطیس و فاصله هوائی تشکیل می گردد.
 * مدار مغناطیسی ساده _______ فقط ماده مغناطیسی ____ مثل هسته ترانسفورماتور.
 * مدار مغناطیسی مرکب ______ متشکل از مواد فرومغناطیس و هوا _____ مثل مدارمغناطیسی ماشینهای دوار , کنتاکتورها و

عامل ایجاد شار مغناطیسی (تحریک در مدارهای مغناطیسی):

ـــ آهنربای دائم در ماشینهای کوچک یا موارد خاص. ـــ سیم پیچ یا کویل حامل جریان (پیچیده شده دور هسته فرومغناطیس).



 $\oint H \cdot dl = \sum i$

 $\oint H \cdot dl = \sum i = i_1 + i_2 - i_3$

 $\int_{C}^{C} H dl \cos\theta = \sum i$

 $\oint H \cdot dl = i$

 $^{C}H2\pi r=i$

 $H = \frac{i}{2\pi r} \quad A/m$

ماشين های الکتریکی ۱ فصل ۱ مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

رابطه H و I (قانون آمپر)







با داشتن μ_r بزرگ میتوان با جریان کم چگالی شار زیادی تولید نمود



مدار معادل مغناط



روابط مربوط به خواص مواد می باشد که عموما دشوار و بعضا ناممکن است.

✓ پاره ای فرضیات ساده ساز یافتن پاسخ های مفید مهندسی مسائل واقعی را میسر می سازد.



	دانشگاه مازندران
فرضيات لازم براى تحليل مدار مغناطيسي فوق :	ماشين
۱. برای ماشین های الکتریکی مورد بحث در فرکانسها و اندازه های رایج جریان جابجائی در	مای
معادلـه ماكـسول(جمله مربوط به تشعشع الكترومغناطيسي) ناديده گرفته مي شود.	الكتري
۲. توزیع چگالی شار در سطح مقطع هسته یکنواخت و برابر متوسط چگالی شار هسته در نظر	كى 1
گرفته می شود.	فصارا
۳. چگالی شار متوسط منطبق بر مسیر میانی هسته فرض می شود و شدت میدان مغناطیسی	. 0
H برای این مسیر یکسان و برابر مقدار متوسط در نظر گرفته می شود.	مارس
هسته از نوع فرومغناطیس و μ آن در مقایسه با هوا بسیار بالا است ($\mu angle angle\mu$) و تمام.	، دکت
شار در داخــل هستـــه محصور می گردد.	ر گرگ
۵. بردار H در هر نقطه مماس بر امتداد مسیر و بردار B در هر نقطه عمود بر سطح فرض می	انی فی
شود.	روزجاه
	_



برای مدار مغناطیسی زیر داریم :





چگالی شار مغناطیسی





$$\Phi = \frac{\mathcal{N}i}{\ell} \, \mu_o \, \mathcal{A}$$

$$\Phi = \mathcal{H} \mu_o \mathcal{A}$$

$$\frac{\Phi}{\mathcal{A}} = \mathcal{H} \mu_o$$

$$\mathcal{B} = \mathcal{H} \, \mu_o$$



مدار معادل و قانون اهم مغناطيس



$$\phi = \frac{Ni}{\Re} = \frac{\Im}{\Re}$$
$$\Re = \frac{l_C}{\mu A_C} = \frac{1}{P}$$

$$\mathfrak{I}=Ni$$

 $\mathfrak{I}=\mathfrak{R} \phi$

13

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه





: تعداد دور سیم پیچ.
$$N$$
: تعداد دور سیم پیچ .
 i (mmf): جریان عبوری از سیم پیچ .
 $\Im = Ni$ نیروی محرکه مغناطیسی (mmf)
 $\Im = Ni$ نیروی محرکه مغناطیسی (for \mathcal{J})
 \mathcal{J} : شار مغناطیسی .
 \mathcal{J} : طول متوسط هسته .
 \mathcal{K}_C : رلوکتانس یا مقاومت مغناطیسی هسته.

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه





است :

۱. شار هسته.

۲. جریان مورد نیاز.

حل :



Example: A ferromagnetic core is shown. Three sides of this core are of uniform width, while the fourth side is somewhat thinner. The depth of the core (into the page) is 10cm, and the other dimensions are shown in the figure. There is a 200 turn coil wrapped around the left side of the core. Assuming relative permeability μ r of 2500, how much flux will be produced by a 1A input current?

Solution: 3 sides of the core have the same area, while the 4th side has a different area. Thus the core can be divided into 2 regions: (1) the single thinner side (2) the other 3 sides taken together





فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

برای مدارهای مغناطیسی خطی که μ_r ثابت است مقـدار رلـوکتـانس \Re نـیز مستــقل ازشدت lphaمیدان مغناطیسی و ثابت می ماند. * در اینـگونه مـوارد تحلیل مـدار به کمـک قـانـون اهـم مغنـاطـیسی ممـکن و سـاده می باشد.

$$\Re = \frac{l_c}{\mu A_c}$$
, $p = \frac{1}{\Re} = \frac{\mu A_c}{l_c}$, $\phi = \frac{Ni}{\Re} = \frac{\Im}{\Re} = \Im p$

روابط فوق مشابه روابط مربوط به مدارهای الکتریکی می باشد.

$$R = \frac{l}{\sigma A}$$
, $G = \frac{l}{R} = \frac{\sigma A}{l}$, $I = \frac{E}{R} = EG$

18



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

روابط حاکم بر ترکیب سری و موازی رلوکتانسها

رلوکتانس و شار مغناطیسی در مدارهای مغناطیسی خطی از قوانین مشابه مقاومت و جریان در مدارهای الکتریکی تبعیت می کنند. قواعد و تکنیکهای مدارهای سری , موازی یا سری ــ موازی ، ترکیب سری یا موازی مقاومتها , قاعده تقسیم جریان و ... در مدارهای مغناطیسی نیز قابل استفاده می باشد.

ترکیب سری رلوکتانسها

 $\Re_{eq} = \Re_1 + \Re_2 + \Re_3 + \dots$

ترکیب موازی رلوکتانسها

 $\frac{1}{\Re_{eq}} = \frac{1}{\Re_1} + \frac{1}{\Re_2} + \frac{1}{\Re_3} + \dots$

 $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$ p_{eq} p_1 p_2 p_3

 $p_{eq} = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$

دانشگاه مازندران

فصل ۱

مدرس، دکتر گرگانی فیروزجاه

مدارهای مغناطیسی مرکب (با فاصله هوائی)

در ماشین های الکتریکی دوار و وسایلی همانند کنتاکتورها , رله های الکترومغناطیسی و ... که دارای قسمتهای متحرک هستند , مدار مغناطیسی علاوه بر مواد (هسته) فرومغناطیس فواصل هوائی را نیز شامل میگردد. نمونه این نوع مدارها در شکلهای زیر آمده است :







اثر خمیدگی شار

خطوط شار مغناطیسی در عبور از فاصل هوائی تا حدودی به سمت بیرون خمیده می شوند. به این پدیده خمیدگی میدان یا خميدگي شار (Flux Fringing) مي گويند.







مثال2: در شکل زیر یک هسته فرو مغناطیس همراه با فاصله هوائی نشان داده شده است. نفوذپذیری مغناطیسی هسته $\mu_r = 4000$ می باشد. سطح مقطع فاصله هوائی بخاطـــر خمیدگی شار ۵ درصد بیش از سطح مقطع هسته فرض میشود. مـطلوب است محاسبه : ۱- رلوکتانس کل مسیر شار (آهن و هوا) ۲- جریان مورد نیاز برای تولید چگالی شار ۰/۵ تسلا در فاصله هوائی. ۳- چگالی شار در هسته



حل - قسمت ۲ حل - قسمت ۲
$$\Re_c = \frac{l_c}{\mu_c \mu_0 A_c} = \frac{0.4}{(4000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012)} = 66300 \text{ A.t/Wb}$$

 $A_a = 1.05 \times 12 = 12.6 \text{ cm}^2$, $\Re_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} = \frac{0.0005}{(4\pi \times 10^{-7})(0.00126)} = 316000 \text{ A.t/Wb}$
 $\Re_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Re_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Re_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Im_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Im_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Im_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Im_{eq} = \Re_c + \Re_a = 66300 + 316000 = 382300 \text{ A.t/Wb}$
 $\Im_{eq} = \Re_c + \Re_{eq} = \Re_{eq} + \Pi_{eq} = 1.05 \times 0.582300 = 0.602$
 $\Re_{el} = \frac{M_a}{N} = \frac{M_a}{A_a} \frac{R_{eq}}{R_0} = 1.05 \times 0.5 = 0.525 \text{ T}$

 A_c

••

24

Ì





مثال ۳ : در شکل زیر شماتیک ساده روتور و استاتور یک ماشین dc نشان داده شده است. طول متوسط استاتور CH د و طول متوسط روتـور Cm و سـطح مقطع متوسط هر یک ۱۲ cm2 میباشد. طـول فواصـل هوائي0.05 cm و سطح مقطع موثر آن با احتساب اثر خمیدگی شـار ۱۴ cm2 می باشد. اسـتاتور و روتـور دارای $\mu_r = 2000$ هستند و جریان سیم پیچ ۱ آمپر است. مطلوب است محاسبه : ۱- چگالی شار متوسط در فاصله هوائی ۲- چگالی شار متوسط در روتور و استاتور

$$\Re_{s} = \frac{l_{s}}{\mu_{r} \mu_{0} A_{s}}$$

$$= \frac{0.5}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012)}$$

$$= 166000 A.t/Wb$$

$$\Re_{r} = \frac{l_{r}}{\mu_{r} \mu_{0} A_{r}}$$

$$= \frac{0.05}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012)}$$

$$= 16600 A.t/Wb$$

$$\Re_{a1} = \Re_{a2} = \frac{l_{a}}{\mu_{0} A_{a}}$$

$$= \frac{0.0005}{(4\pi \times 10^{-7})(0.0014)}$$

$$= 284000 A.t/Wb$$

حل –

$$rac{1}{rcl}$$
رلوکتانس کل مسیر شار
 $\Re_{eq} = \Re_s + \Re_r + \Re_{aI} + \Re_{a2} =$
 $751000 \ A.t / Wb$
 $F = Ni = (200 turns) (1A)$
 $F = Ni = (200 turns) (1A)$
 $Color for the set of t$



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

A two-legged core is shown in Figure P1-4. The winding on the left leg of the core (N_1) has 400 turns, and the winding on the right (N_2) has 300 turns. The coils are wound in the directions shown in the figure. If the dimensions are as shown, then what flux would be produced by currents $i_1 = 0.5$ A and $i_2 = 0.75$ A? Assume $\mu_r = 1000$ and constant.





فصل ۱

Solution The two coils on this core are would so that their magnetomotive forces are additive, so the total magnetomotive force on this core is

 $\mathcal{G}_{\text{TOT}} = N_1 i_1 + N_2 i_2 = (400 \text{ t})(0.5 \text{ A}) + (300 \text{ t})(0.75 \text{ A}) = 425 \text{ A} \cdot \text{t}$

The total reluctance in the core is

$$\Re_{\text{TOT}} = \frac{l}{\mu_{\mu}\mu_{0}A} = \frac{2.60 \text{ m}}{(1000)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0.15 \text{ m})(0.15 \text{ m})} = 92.0 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb}$$

and the flux in the core is:

$$\phi = \frac{\Im_{\text{TOT}}}{\Re_{\text{TOT}}} = \frac{425 \text{ A} \cdot \text{t}}{92.0 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb}} = 0.00462 \text{ Wb}$$



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

Example: A ferromagnetic core with a relative permeability of 2000 is shown in Figure P1-3. The dimensions are as shown in the diagram, and the depth of the core is 7 cm. The air gaps on the left and right sides of the core are 0.070 and 0.050 cm, respectively. Because of fringing effects, the effective area of the air gaps is 5 percent larger than their physical size. If there are **400 turns in the coil wrapped around the center leg of** the core and if the current in the coil is 1.0 A, what is the flux in each of the left, center, and right legs of the core? What is the flux density in each air gap?



Core depth = 7 cm



فصل ۱

Solution This core can be divided up into five regions. Let \Re_1 be the reluctance of the left-hand portion of the core, \Re_2 be the reluctance of the left-hand air gap, \Re_3 be the reluctance of the right-hand portion of the core, \Re_4 be the reluctance of the right-hand air gap, and \Re_5 be the reluctance of the center leg of the core. Then the total reluctance of the core is

$$\begin{aligned} & \Re_{\text{TOT}} = \Re_{5} + \frac{(\Re_{1} + \Re_{2})(\Re_{3} + \Re_{4})}{\Re_{1} + \Re_{2} + \Re_{3} + \Re_{4}} \\ & \Re_{1} = \frac{l_{1}}{\mu_{r}\mu_{0}A_{1}} = \frac{1.11 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0.07 \text{ m})(0.07 \text{ m})} = 90.1 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb} \\ & \Re_{2} = \frac{l_{2}}{\mu_{0}A_{2}} = \frac{0.0007 \text{ m}}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0.07 \text{ m})(0.07 \text{ m})(1.05)} = 108.3 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb} \\ & \Re_{3} = \frac{l_{3}}{\mu_{r}\mu_{0}A_{3}} = \frac{1.11 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0.07 \text{ m})(0.07 \text{ m})} = 90.1 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb} \\ & \Re_{4} = \frac{l_{4}}{\mu_{0}A_{4}} = \frac{0.0005 \text{ m}}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0.07 \text{ m})(0.07 \text{ m})(1.05)} = 77.3 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb} \\ & \Re_{5} = \frac{l_{5}}{\mu_{r}\mu_{0}A_{5}} = \frac{0.37 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(0.07 \text{ m})(0.07 \text{ m})} = 30.0 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb} \end{aligned}$$

The total reluctance is

مدرس؛ د کتر گرگانی فیروزجاه



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

 $\Re_{\text{TOT}} = \Re_5 + \frac{(\Re_1 + \Re_2)(\Re_3 + \Re_4)}{\Re_1 + \Re_2 + \Re_3 + \Re_4} = 30.0 + \frac{(90.1 + 108.3)(90.1 + 77.3)}{90.1 + 108.3 + 90.1 + 77.3} = 120.8 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb}$

The total flux in the core is equal to the flux in the center leg:

$$\phi_{\text{center}} = \phi_{\text{TOT}} = \frac{\Im}{\Re_{\text{TOT}}} = \frac{(400 \text{ t})(1.0 \text{ A})}{120.8 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb}} = 0.0033 \text{ Wb}$$

The fluxes in the left and right legs can be found by the "flux divider rule", which is analogous to the current divider rule.

$$\phi_{\text{left}} = \frac{\left(\Re_3 + \Re_4\right)}{\Re_1 + \Re_2 + \Re_3 + \Re_4} \phi_{\text{TOT}} = \frac{\left(90.1 + 77.3\right)}{90.1 + 108.3 + 90.1 + 77.3} (0.0033 \text{ Wb}) = 0.00193 \text{ Wb}$$
$$\phi_{\text{right}} = \frac{\left(\Re_1 + \Re_2\right)}{\Re_1 + \Re_2 + \Re_3 + \Re_4} \phi_{\text{TOT}} = \frac{\left(90.1 + 108.3\right)}{90.1 + 108.3 + 90.1 + 77.3} (0.0033 \text{ Wb}) = 0.00229 \text{ Wb}$$

The flux density in the air gaps can be determined from the equation $\phi = BA$:

$$B_{\text{left}} = \frac{\phi_{\text{left}}}{A_{\text{eff}}} = \frac{0.00193 \text{ Wb}}{(0.07 \text{ cm})(0.07 \text{ cm})(1.05)} = 0.375 \text{ T}$$
$$B_{\text{right}} = \frac{\phi_{\text{right}}}{A_{\text{eff}}} = \frac{0.00229 \text{ Wb}}{(0.07 \text{ cm})(0.07 \text{ cm})(1.05)} = 0.445 \text{ T}$$



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

A core with three legs is shown in Figure P1-5. Its depth is 5 cm, and there are 200 turns on the leftmost leg. The relative permeability of the core can be assumed to be 1500 and constant. What flux exists in each of the three legs of the core? What is the flux density in each of the legs? Assume a 4% increase in the effective area of the air gap due to fringing effects.





فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

SOLUTION This core can be divided up into four regions. Let R_1 be the reluctance of the left-hand portion of the core, R_2 be the reluctance of the centre leg of the core, R_3 be the reluctance of the centre air gap, and R_4 be the reluctance of the right- and portion of the core. Then the total reluctance of the core is



The total reluctance is



$$\Re_{\text{TOT}} = \Re_1 + \frac{\left(\Re_2 + \Re_3\right)\Re_4}{\Re_2 + \Re_3 + \Re_4} = 127.3 + \frac{\left(24.0 + 40.8\right)127.3}{24.0 + 40.8 + 127.3} = 170.2 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb}$$

The total flux in the core is equal to the flux in the left leg:

$$\phi_{\text{left}} = \phi_{\text{TOT}} = \frac{\Im}{\Re_{\text{TOT}}} = \frac{(200 \text{ t})(2.0 \text{ A})}{170.2 \text{ kA} \cdot \text{t/Wb}} = 0.00235 \text{ Wb}$$

The fluxes in the center and right legs can be found by the "flux divider rule", which is analogous to the current divider rule.

$$\phi_{\text{center}} = \frac{\Re_4}{\Re_2 + \Re_3 + \Re_4} \phi_{\text{TOT}} = \frac{127.3}{24.0 + 40.8 + 127.3} (0.00235 \text{ Wb}) = 0.00156 \text{ Wb}$$

$$\phi_{\text{right}} = \frac{\Re_2 + \Re_3}{\Re_2 + \Re_3 + \Re_4} \phi_{\text{TOT}} = \frac{24.0 + 40.8}{24.0 + 40.8 + 127.3} (0.00235 \text{ Wb}) = 0.00079 \text{ Wb}$$

The flux density in the legs can be determined from the equation $\phi = BA$:

$$B_{\text{left}} = \frac{\phi_{\text{left}}}{A} = \frac{0.00235 \text{ Wb}}{(0.09 \text{ cm})(0.05 \text{ cm})} = 0.522 \text{ T}$$
$$B_{\text{center}} = \frac{\phi_{\text{center}}}{A} = \frac{0.00156 \text{ Wb}}{(0.15 \text{ cm})(0.05 \text{ cm})} = 0.208 \text{ T}$$
$$B_{\text{right}} = \frac{\phi_{\text{left}}}{A} = \frac{0.00079 \text{ Wb}}{(0.09 \text{ cm})(0.05 \text{ cm})} = 0.176 \text{ T}$$



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

The magnetic circuit of Fig. 1.25 consists of a core and a moveable plunger of width l_p , each of permeability μ . The core has cross-sectional area A_c and mean length l_c . The overlap area of the two air gaps A_g is a function of the plunger position x and can be assumed to vary as

$$A_{\rm g} = A_{\rm c} \left(1 - \frac{x}{X_0} \right)$$

You may neglect any fringing fields at the air gap and use approximations consistent with magnetic-circuit analysis.

a. Assuming that $\mu \to \infty$, derive an expression for the magnetic flux density in the air gap B_g as a function of the winding current I and as the



plunger position is varied $(0 \le x \le 0.8X_0)$. What is the corresponding flux density in the core?

b. Repeat part (a) for a finite permeability μ .



part (a):

$$H_{\rm g} = \frac{NI}{2g}; \qquad B_{\rm c} = \left(\frac{A_{\rm g}}{A_{\rm c}}\right) B_{\rm g} = B_{\rm g} \left(1 - \frac{x}{X_0}\right)$$

part (b): Equations

$$2gH_g + H_c(l_c + l_p) = NI \qquad B_gA_g = B_cA_c$$

 and

$$B_{\rm g} = \mu_0 H_{\rm g}; \qquad B_{\rm c} = \mu H_{\rm c}$$

can be combined to give

$$2g \frac{B_g}{\mu_0} + \frac{B_c}{\mu} \left(l_c + l_p \right) = NI \rightarrow$$

$$2g \frac{B_g}{\mu_0} + \frac{B_g}{\mu} \frac{A_g}{A_c} \left(l_c + l_p \right) = NI \rightarrow B_g = \frac{NI}{2g \frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu} \frac{A_g}{A_c} \left(l_c + l_p \right)}$$


فصل ۱

مشخصه مغناطيسی (منحنی B – H)

□در مواد غیر فرومغناطیس ، رابطه خطی بین چگالی شار (B) و جریان کویل (i) برقرار است. به عبارت دیگر، آنها نفوذپذیری ثابت دارند (برای مثال: هوا). اما برای مواد فرومغناطیسی، نفوذپذیری ثابت نمی باشد.

□برای مواد مغناطیسی، مقدار بزرگتری از B نسبت به هوا ایجاد می شود و نفوذپذیری آنها بسیار بیشتر از µ0 می باشد. نفوذ پذیری در این مواد خطی نمی باشد ولی در رنج وسیعی به جریان وابسته می باشد.

□نفوذپذیری ، نشانه خاصیت مغناطیسی یک ماده می باشد که به توانایی ماده برای عبور شار مغناطیسی از آن مرتبط است.

□در ماشینهای الکتریکی ، تاحدودی به یک رابطه خطی بین B و I مورد نیاز است که معمولا با محدود کردن جریان به دست می آید.

مدرس: د کتر گر گاني فيروزجاه





فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

مشخصه مغناطيسي (منحني B – H)

به منحنی مغناطیسی (یا منحنی اشباع) نگاه کنید. توجه نمایید که منحنی مطابق بر افزایش جریان DC عبوری از یک کویل دور یک هسته فرومغناطیسی می باشد.

> □افزایش کوچکی درmmf به یک افزایش بزرگ در شار منجر می شود (ناحیه غیر اشباع).

> □بعد از یک نقطه مشخص، افزایش بیشتر mmf به افزایش کمتری از شار می انجامد (ناحیه گذر یا زانو (knee region)).

□سر انجام به نقطه ای می رسیم که هیچ تغییری در شار با افزودن mmf ایجاد نمی گردد(ناحیه اشباع).





فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

مشخصه مغناطيسي (منحني B – H)

□از رابطه H = Ni/lc = F/lc و φ=BA ، می بینیم که در هر هسته مورد مطالعه شدت میدان مغناطیسی متناسب است با mmf و چگالی شار مغناطیسی متناسب است با شار.

□نفوذپذیری، شیب منحنی B-H در ناحیه غیر اشباع می باشد

زنراتورها و موتورها برای تولید ولتاژ و گشتاور به شار مغناطیسی وابسته می باشند. بنابراین نیاز به تولید شار به هر اندازه ممکن دارند. به این دلیل بیشتر در محدوده زانو یا ناحیه گذر کار می کنند.

این خاصیت غیر خطی به ماشینها رفتار عجیبی را می بخشد.









فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه







41

(b)





فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

طول مسیر هسته یک میدان مغناطیسی مربع شکل ۵۵cm و سطح مقطع آن ۱۵۰ cm² است. پیچکی با ۲۰۰ دور سیم حول یک ساق آن پیچیده شده است. هسته ازماده ای با منحنی مغناطیسی نشان داده شده در شکل زیر ساخته شده است. (چپمن ص ۳۷و۳۸ و۳۹)

الف: برای ایجاد شار 0.012 در هسته چه جریانی لازم است؟ ب: تراوایی نسبی در این جریان چقدر است؟ ج: رلوکتانس چقدر است؟









$$A_{iron} = (1.5 \times 2.5 \times 0.93) \times 10^{-4} = 3.49 \times 10^{-4} m^{2}$$

$$I_{iron} = 2(6.5 + 5.5) \times 10^{-2} = 0.24 m$$

$$B_{iron} = \frac{\phi}{A_{iron}} = \frac{5.0 \times 10^{-4}}{3.49 \times 10^{-4}} = 1.43 T$$

$$from the B - H curve \Rightarrow H_{iron} = 1000 At / m$$

$$\Im_{iron} = H_{iron} l_{iron} = 1000 \times .24 = 240 At$$

$$A_{air} = (a + g)(b + g) = (1.5 + 0.25)(2.5 + .25) \times 10^{-4}$$

$$= 4.81 \times 10^{-4} m^{2}$$

$$B_{air} = \frac{\phi}{A_{air}} = \frac{5 \times 10^{-4}}{4.81 \times 10^{-4}} = 1.04 T$$

$$H_{air} = \frac{B_{air}}{\mu_{0}} = \frac{1.04}{4\pi \times 10^{-7}} = 8.27 \times 10^{5} At / m$$

$$\Im_{air} = H_{air} g = 8.27 \times 10^{5} \times 0.25 \times 10^{-2} = 2070 At$$

$$\Im_{total} = \Im_{iron} + \Im_{air} = 240 + 2070 = 2310 At , i = \frac{\Im_{total}}{N} = \frac{2310}{350} = 6.6 A$$



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

تحليل مدار مغناطيسي غير خطي به روش خط بار

شکل ۱-۱ کتاب P.C.Sen، مدار مغناطیسی یک رله ساده را نشان می دهد. تعداد دور سیم پیج ۵۰۰ دور , جریان تحریک ۴ A , طول متوسط هسته ۳۶۰ mm , طول فاصله هوائی mm و جنس هسته از نوع فولاد ریخته گری (با منحنی B-H مطابق شکل زیر) می باشد. چگالی شار در فاصله هوائی را محاسبه نمائید؟





فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

 $N i = H_g l_g + H_c l_c = \frac{B_g}{\mu_0} l_g + H_c l_c \to N i = \frac{B_g}{\mu_0} l_g + H_c l_c$ $B_{g} = B_{c} \Longrightarrow \quad B_{c} = \left(-\mu_{0} \frac{l_{c}}{l_{c}}\right) H_{c} + \left(\frac{N i \mu_{0}}{l_{c}}\right)$ y = m x + c $m = -\mu_0 \frac{l_c}{l_c} = -4\pi \times 10^{-7} \frac{360}{3} = -2.26 \times 10^{-4}$ $c = \frac{N i \mu_0}{l} = \frac{500 \times 4 \times -4\pi \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-3}} = 1.256 T$

نقطه تلاقی خط بار و محور (B = 1.256) B (H = 0 , B = 1.256



محل تلاقی خط بار و منحنی مغناطیسی هسته مترادف با چگالی شار B = 1.08 T می باشد. با داشتن مقدار Bو سطح مقطع هسته و هوا مقادیر ¢ برای هر یک از این قسمتها قابل محاسبه می باشد .



فصل ۱

تحلیل مدار مغناطیسی غیر خطی به روش سعی و خطا (Trail and error**)**

مراحل حل مسئله به روش سعی و خطا : ۱. فرض نمودن (حدس زدن) مقدار چگالی شار در مدار و تحلیل مدار به طریق مسئله نوع اول.

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0}$$
 و B-H و H_c -۲. محاسبه H_c

۵. اگر جریان حاصل نسبت به جریان داده شده متفاوت باشد مقدار جدیدی برای چگالی شار فرض نموده و مراحل فوق آنقدر تکرار میگردد تا جریان بدست آمده و جریان داده شده به اندازه کافی (براساس شاخص دقت مورد نیاز) نزدیک باشند.

تذکر : بدیهی است اگر از قسمت آهنی صرفنظر نموده و تمام mmf به فواصل هوائی اعمال گردد چگالی شار بدست آمده حداکثر مقدار چگالی شار ممکن خواهد بود و قاعدتاً حدس اولیه برای B باید مساوی یا کوچکتر از این مقدار باشد.









توجيه پديده هيستريزيس



مدرس؛ دکتر گرگاني فيروزجاه



تلفات هيستريزيس







فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

 $W_h = Vol \oint H \, dB$ $P_h = f W_h = (Vol) f \times A_{loop}$ $P_h = k_h (Vol) f B_{max}^n$ =Volحجم هسته $=W_h$ انرژی تلف شده در هسته در یک سیکل کامل $=P_h$ تلفات هيستريزيس $=k_h$ ضريب تلفات هيستريزيس (وابسته به جنس ماده) فركانس برق $=B_{\max}$ ماکزیمم چگالی شار درون هسته عددي بين 1.5تا 2.5(عموماً 1.6) =n

= f



فصل ۱

Eddy Current Loss

- 1. A time-changing flux induces voltage within a ferromagnetic core.
- 2. These voltages cause swirls of current to flow within the core eddy currents.
- 3. Energy is dissipated (in the form of heat) because these eddy currents are flowing in a resistive material (iron)
- 4. The amount of energy lost to eddy currents is proportional to the size of the paths **they follow** within the core.

5. To reduce energy loss, ferromagnetic core should be broken up into small strips, or laminations, and build the core up out of these strips. An insulating oxide or resin is used between the strips, so that the current paths for eddy currents are limited to small areas.







فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگاني فيروزجاه

وضعيت جريان فو كو در :
هسته يكپارچه (شكل سمت چپ)
هسته مورق (شكل سمت راست)

$$F = k_e (Vol) f^2 B_{max}^2$$

اثرات نامطلوب جريانهای فوكو :

اثرات نامطلوب جريانهای فوكو :

اثرات نامطلوب جريانهای فوكو :

اثر تضعيفی بويژه در قسمتهای مركزی هسته شديدتر است. اثر
این موضوع عدم استفاده بهينه از مواد مغناطيسی است.

۲- برقرار شدن جريانهای فوكو در هسته سبب ايجاد گرما و اتلاف انرژی ميگردد.



فصل ۱

تلفات آهنی یا تلفات هسته

تلفات هیستریزیس و فوکو را مجموعاً تلفات آهنی یا تلفات هسته نامیده می شود.

$$P_{core} = P_{iron} = P_c = P_h + P_e =$$

$$k_h (Vol) f B_{max}^n + k_e (Vol) f^2 B_{max}^2$$

- تلفات هیستریزیس با فرکانس و تلفات فوکو با مجذور فرکانس تناسب دارد.
 تلفات هیستریزیس در هسته های ماشین ها حدوداً با چگالی شار به توان ۱.۶ و تلفات فوکو با توان ۲
 تلفات هیستریزیس در هسته های ماشین ها حدوداً با چگالی شار به توان ۲ و تلفات فوکو با توان ۲
 چگالی شار متناسب است. چنانچه بطور تقریب هردو این تلفات را با توان ۲ چگالی شار متناسب بیگیریم در آنصورت :
 $P_c \propto B_{max}^2$ بگیریم در آنصورت :
 تلفات آهنی ماشینها با حجم (و وزن) هسته متناسب می باشد. این نکته از لحاظ طراحی بهینه ماشین مهم می باشد.
- تلفات هیستریزیس با فرکانس و تلفات فوکو با مجذور فرکانس متناسب است و در فرکانسهای بالا (تجهیزات مخابراتی و ...) استفاده از هسته های معمولی حتی بصورت ورقه های نازک مقدور نیست.



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

حلقه هیستریزیس دینامیک



سطح داخل این حلقه متناسب با تلفات آهنی (هیستریزیس+ فوکو) در واحد حجم در هر سیکل می

باشد.





خطوط شار مغناطیسی روی خود بسته می شوند و می توانند با مدارهای الکتریکی (سیم پیچ ها و ...) پیوند بخورند. به شار پیوند خورده (درگیر شده) با مدار, شاردور و به این پدیده پیوند خوردگی شار (Flux Linkage) گفته می شود. Mean core length l_c Magnetic شاری که با یک مدار پیوند می خورد flux lines ممکن است ناشی از عبور جریان از همان فصل ۱ **Cross-sectional** مدار باشد و یا شار یک میدان بیرونی و area A_c ناشی از سیم پیچها یا آهنربائی دیگر Magnetic core permeability μ Winding, N turns اگر تمام دورهای یک سیم پیچ N دوری با شار مشابه ای پیوند بخورد شاردور عبارتست از : $\lambda = N \phi$

ییوند خوردگی شار

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه



فصل ۱

مدرس دکتر گرگانی فیروزجاہ

اندوكتانس يا ضريب القا (اندوكتانس)

برای یک مدار الکتریکی که در آن جریان و شار مغناطیسی پیوند می خورند پارامتر اندوکتانس تعریف می شود. در مدار مغناطیسی خطی نسبت شاردور به جریان (شاردور به ازای یک آمپر) اندوکتانس نامیده می شود. اندوکتانس حاصل از شاردور ناشی از جریان خودی اندوکتانس خودی و اندوکتانس حاصل از شاردور تولید شده توسط مدارهای دیگر اندوکتانس متقابل نامیده می شود.

 $\phi = \frac{N i}{\Re}$, $\lambda = N \phi = \frac{N^2 i}{\Re} = L i$ فرآيند محاسبه اندوكتانس $L = \frac{N^2}{\Re} = \frac{\mu_0 \ \mu_r \ A_c \ N^2}{l_c}$ عبور جریان از سیم پیچ برقراری شار در مدار مغناطیسی $e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d}{dt} (Li) = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}$ $e = L\frac{di}{dt}$ پیوند خوردن شار با سیم پیچ تعريف ضريب خودالقا براى مدار مغناطيسي خطى القا برق در سیم پیچ براساس قانون فاراده $L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N \phi}{i} = \frac{N A_c B}{H l_c} =$ رابطه emf در مدار مغناطیسی ایستا و خطی که مقدار L ثابت است $L = \frac{N^2 A_c B}{H l_c} = (\frac{N^2 A_c}{l_c})(\frac{B}{H})$ L در مدار مغناطیسی غیر خطی به کمک منحنی B-H

اندوکتانس در مدار تک سیم پیچه با فاصله هوائی و هسته ایده آل دانشگاه مازندران ماشين های الکتریکی ۱ Mean core length l_c Magnetic flux lines Air gap, λ permeability μ_0 $\mu_r \rightarrow \infty$ Air gap length g Magnetic core $\Re_{core} \rightarrow 0$ فصل ۱ permeability μ Winding, $\frac{g}{\mu_0 A_c}$ N turns $\mathfrak{R}_{eq}=\mathfrak{R}_g=$ مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه $-\underline{\mu_0 A_c N^2}$ \mathfrak{R}_{eq} g



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

The inductor of Fig. 1.27 has a core of uniform circular cross-section of area A_c , mean length l_c and relative permeability μ_r and an *N*-turn winding. Write an expression for the inductance *L*.

The inductor of Fig. 1.27 has the following dimensions:

$$A_{c} = 1.0 \text{ cm}^{2}$$
$$l_{c} = 15 \text{ cm}$$
$$g = 0.8 \text{ mm}$$
$$N = 480 \text{ turns}$$

Neglecting leakage and fringing and assuming $\mu_r = 1000$, calculate the inductance.

N-turn coil f area A_c , relative permeability μ_r f f

Figure 1.27 Inductor for Problem 1.12.



فصل ۱

The inductor of Problem 1.13 is to be operated from a 60-Hz voltage source. (a) Assuming negligible coil resistance, calculate the rms inductor voltage corresponding to a peak core flux density of 1.5 T. (b) Under this operating condition, calculate the rms current and the peak stored energy.

Problem 1.12

 $\phi = \frac{Ni}{\Re}$, $\lambda = N\phi = \frac{N^2i}{\Re} = Li$ $\Re = \frac{l_c}{\mu_0 \ \mu_r \ A_c} + \frac{g}{\mu_0 \ A_c}$ $L = \frac{\mu_0 N^2 A_c}{g + l_c / \mu_r} \qquad \qquad L = \frac{N^2}{\frac{l_c}{\mu_0 \mu_r A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_c}} = \frac{\mu_0 A_c N^2}{\frac{l_c}{\mu_r} + g}$

Problem 1.13

 $L = \frac{\mu_0 N^2 A_c}{a + l_c / \mu} = 30.5 \text{ mH}$

Problem 1.14 part (a):

$$V_{\rm rms} = \frac{\omega N A_{\rm c} B_{\rm peak}}{\sqrt{2}} = 19.2$$
 V rms

part (b):

 $I_{\rm rms} = \frac{V_{\rm rms}}{\omega L} = 1.67$ A rms; $W_{\rm peak} = 0.5L(\sqrt{2} I_{\rm rms})^2 = 8.50$ mJ



فصل ۱

The magnetic circuit of Fig. 1.26 consists of rings of magnetic material in a stack of height h. The rings have inner radius R_i and outer radius R_o . Assume that the iron is of infinite permeability ($\mu \rightarrow \infty$) and neglect the effects of magnetic leakage and fringing. For:

 $R_i = 3.4 \text{ cm}$ $R_o = 4.0 \text{ cm}$ h = 2 cm g = 0.2 cmcalculate:



Figure 1.26 Magnetic circuit for Problem 1.9.

- a. the mean core length l_c and the core cross-sectional area A_c .
- b. the reluctance of the core \mathcal{R}_c and that of the gap \mathcal{R}_g .

For N = 65 turns, calculate:

- c. the inductance L.
- d. current *i* required to operate at an air-gap flux density of $B_g = 1.35T$.
- e. the corresponding flux linkages λ of the coil.



فصل ۱



Figure 1.26 Magnetic circuit for Problem 1.9.



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

part (a):

$$l_{c} = 2\pi (R_{o} - R_{i}) - g = 3.57 \text{ cm}; \quad A_{c} = (R_{o} - R_{i})h = 1.2 \text{ cm}^{2}$$
part (b):
$$\mathcal{R}_{g} = \frac{g}{\mu_{0}A_{c}} = 1.33 \times 10^{7} \text{ A/Wb}; \quad \mathcal{R}_{c} = 0 \text{ A/Wb};$$
part (c):

$$\mathcal{R}_{\rm g} = \frac{g}{\mu_0 A_{\rm c}} = 1.33 \times 10^7 \text{ A/Wb}; \qquad \mathcal{R}_{\rm c} = 0 \text{ A/Wb};$$

part (c):

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\rm g} + \mathcal{R}_{\rm g}} = 0.319 \quad \mathrm{mH}$$

part (d):

$$I = \frac{B_{\rm g}(\mathcal{R}_{\rm c} + \mathcal{R}_{\rm g})A_{\rm c}}{N} = 33.1 \quad \mathrm{A}$$

part (e):

 $\lambda = NB_{\rm g}A_{\rm c} = 10.5$ mWb





فصل ۱

Consider the magnetic circuit of Fig. 1.28. This structure, known as a *pot-core*, is typically made in two halves. The *N*-turn coil is wound on a cylindrical bobbin and can be easily inserted over the central post of the core as the two halves are assembled. Because the air gap is internal to the core, provided the core is not driven excessively into saturation, relatively little magnetic flux will "leak" from the core, making this a particularly attractive configuration for a wide variety of applications, both for inductors such as that of Fig. 1.27 and transformers.

Assume the core permeability to be $\mu = 2500\mu_0$ and N = 200 turns. The following dimensions are specified:

 $R_1 = 1.5 \text{ cm}$ $R_2 = 4 \text{ cm}$ l = 2.5 cmh = 0.75 cm g = 0.5 mm

- a. Find the value of R_3 such that the flux density in the outer wall of the core is equal to that within the central cylinder.
- b. Although the flux density in the radial sections of the core (the sections of thickness h) actually decreases with radius, assume that the flux density remains uniform. (i) Write an expression for the coil inductance and (ii) evaluate it for the given dimensions.
- c. The core is to be operated at a peak flux density of 0.8 T at a frequency of 60 Hz. Find (i) the corresponding rms value of the voltage induced in the winding, (ii) the rms coil current, and (iii) the peak stored energy.
- d. Repeat part (c) for a frequency of 50 Hz.



فصل ۱



Figure 1.28 Pot-core inductor for Problem 1.15.



فصل ۱

part (a):

$$R_3 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = 4.27 \quad \text{cm}$$

part (b):

$$L = \frac{\mu_0 A_{\rm g} N^2}{g + \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right) l_{\rm c}} = 251 \quad \text{mH}$$

part (c): For $\omega = 2\pi 60$ rad/sec and $\lambda_{\text{peak}} = NA_{\text{g}}B_{\text{peak}} = 0.452$ Wb:

(i)
$$V_{\rm rms} = \omega \lambda_{\rm peak} = 171$$
 V rms
(ii) $I_{\rm rms} = \frac{V_{\rm rms}}{\omega L} = 1.81$ A rms
(iii) $W_{\rm peak} = 0.5L(\sqrt{2}I_{\rm rms})^2 = 0.817$ J

part (d): For $\omega = 2\pi 50$ rad/sec and $\lambda_{\text{peak}} = NA_{\text{g}}B_{\text{peak}} = 0.452$ Wb:

(i)
$$V_{\rm rms} = \omega \lambda_{\rm peak} = 142$$
 V rms
(ii) $I_{\rm rms} = \frac{V_{\rm rms}}{\omega L} = 1.81$ A rms
(iii) $W_{\rm peak} = 0.5L(\sqrt{2}I_{\rm rms})^2 = 0.817$

J

مدرس؛ د کتر گرگانی فیروزجاه


فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

An inductor is to be designed using a magnetic core of the form of that of Fig. 1.29. The core is of uniform cross-sectional area $A_c = 5.0 \text{ cm}^2$ and of mean length $l_c = 25 \text{ cm}$.

- a. Calculate the air-gap length g and the number of turns N such that the inductance is 1.4 mH and so that the inductor can operate at peak currents of 6 A without saturating. Assume that saturation occurs when the peak flux density in the core exceeds 1.7 T and that, below saturation, the core has permeability $\mu = 3200\mu_0$.
- b. For an inductor current of 6 A, use Eq. 3.21 to calculate (i) the magnetic stored energy in the air gap and (ii) the magnetic stored energy in the core. Show that the total magnetic stored energy is given by Eq. 1.47.



Figure 1.29 Inductor for Problem 1.17.

$$\frac{dW_{e} = ei\,dt}{dW_{f} = i\,d\lambda} \longrightarrow W_{f} = \int_{0}^{\Lambda} i\,d\lambda$$

$$Ni = H_{c}l_{c} + H_{g}l_{g}$$

$$\lambda = N\Phi = NAB$$

$$W_{f} = \int \frac{H_{c}l_{c} + H_{g}l_{g}}{N} A\,dB \qquad H_{g} = \frac{B}{\mu_{0}} \qquad W_{f} = \int \left(H_{c}l_{c} + \frac{B}{\mu_{0}}l_{g}\right)A\,dB$$

$$= \int \left(H_{c}dB\,Al_{c} + \frac{B}{\mu_{0}}dB\,l_{g}A\right)$$

$$= \int H_{c}dB \times \text{volume of magnetic material}$$

$$+ \frac{B^{2}}{2\mu_{0}} \times \text{volume of air gap}$$

$$= w_{k} \times V_{c} + w_{tg} \times V_{g}$$

$$= W_{k} + W_{tg}$$
part (a):

$$N = \frac{LI}{A_{c}B_{sat}} = 99 \quad \text{turns}; \qquad g = \frac{\mu_{0}NI}{B_{sat}} - \frac{\mu_{0}l_{c}}{\mu} = 0.36 \quad \text{mm}$$
part (b): From Eq.3.21

$$W_{e} = \frac{A_{c}qB_{sat}^{2}}{2\mu_{0}} = 0.00 \text{ mm}$$

part (a):

$$N = \frac{LI}{A_{\rm c}B_{\rm sat}} = 99$$
 turns; $g = \frac{\mu_0 NI}{B_{\rm sat}} - \frac{\mu_0 l_{\rm c}}{\mu} = 0.36$ mm

part (b): From Eq.3.21

$$W_{\text{gap}} = \frac{A_{\text{c}}gB_{\text{sat}}^2}{2\mu_0} = 0.207 \text{ J}; \qquad W_{\text{core}} = \frac{A_{\text{c}}l_{\text{c}}B_{\text{sat}}^2}{2\mu} = 0.045 \text{ J}$$

Thus $W_{\text{tot}} = W_{\text{gap}} + W_{\text{core}} = 0.252$ J. From Eq. 1.47, $(1/2)LI^2 = 0.252$ J.

74



فصل ۱

A proposed energy storage mechanism consists of an *N*-turn coil wound around a large nonmagnetic ($\mu = \mu_0$) toroidal form as shown in Fig. 1.30. As can be seen from the figure, the toroidal form has a circular cross section of radius *a* and toroidal radius *r*, measured to the center of the cross section. The geometry of this device is such that the magnetic field can be considered to be zero everywhere outside the toroid. Under the assumption that $a \ll r$, the *H* field inside the toroid can be considered to be directed around the toroid and of uniform magnitude

$$H = \frac{Ni}{2\pi r}$$

For a coil with N = 1000 turns, r = 10 m, and a = 0.45 m:

- a. Calculate the coil inductance L.
- b. The coil is to be charged to a magnetic flux density of 1.75 T. Calculate the total stored magnetic energy in the torus when this flux density is achieved.
- c. If the coil is to be charged at a uniform rate (i.e., di/dt = constant), calculate the terminal voltage required to achieve the required flux density in 30 sec. Assume the coil resistance to be negligible.



فصل ۱

مدرس، دکتر گرگانی فیروزجاه



Figure 1.30 ' part (a):

 $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{2\pi r} = 56.0 \text{ mH}$

part (b): Core volume $V_{\rm core} \approx (2\pi r)\pi a^2 = 40.0 \text{ m}^3$. Thus

$$W = V_{\rm core} \left(\frac{B^2}{2\mu_0}\right) = 4.87 \quad {\rm J}$$

part (c): For T = 30 sec,

$$\frac{di}{dt} = \frac{(2\pi rB)/(\mu_0 N)}{T} = 2.92 \times 10^3 \quad \text{A/sec}$$

$$v = L\frac{di}{dt} = 163 \quad V$$

76



فصل ۱

The coils of the magnetic circuit shown in Fig. 1.36 are connected in series so that the mmf's of paths A and B both tend to set up flux in the center leg C in the same direction. The coils are wound with equal turns, $N_1 = N_2 = 100$. The dimensions are:

Cross-section area of A and B legs = 7 cm^2

Cross-section area of C legs = 14 cm^2

Length of A path = 17 cm

Length of B path = 17 cm

Length of C path = 5.5 cm

Air gap = 0.4 cm

The material is M-5 grade, 0.012-in steel, with a stacking factor of 0.94. Neglect fringing and leakage.

- a. How many amperes are required to produce a flux density of 1.2 T in the air gap?
- b. Under the condition of part (a), how many joules of energy are stored in the magnetic field in the air gap?
- c. Calculate the inductance.



فصل ۱



Figure 1.10 Dc magnetization curve for M-5 grain-oriented electrical steel 0.012 in thick. (*Armco Inc.*)





part (a): From the M-5 magnetization curve, for B = 1.2 T, $H_m = 14$ A/m. Similarly, $H_g = B/\mu_0 = 9.54 \times 10^5$ A/m. Thus, with $I_1 = I_2 = I$

$$I = \frac{H_{\rm m}(l_{\rm A} + l_{\rm C} - g) + H_{\rm g}g}{N_1} = 38.2 \quad {\rm A}$$

part (b):

$$W_{\rm gap} = \frac{gA_{\rm gap}B^2}{2\mu_0} = 3.21 \quad \text{Joules}$$

part (c):

$$\lambda = 2N_1 A_A B = 0.168$$
 Wb; $L = \frac{\lambda}{I} = 4.39$ mH

مدرس؛ دکتر گرگاني فيروزجاه



اندوکتانس در مدار دو سیم پیچه با فاصله هوائی و هسته ایده آل $\Im = N i = N_1 i_1 + N_2 i_2$ ماشين هاى الكتريكي $\phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_c}{1 + N_2 i_2}$ $\lambda_1 = \lambda_{11} + \lambda_{12} = N_1 \phi$ $= N_1^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_1 + N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_2$ فصل ۱ ىدرس، دكتر ^اگرانى فيروزجاه $\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$ Air gap $\Re_{eq} = \Re_g = \frac{g}{\mu_0 A_c}$ N_1 N_2 $L_{11} = N_1^2 \ \frac{\mu_0 A_c}{M_1} = \frac{N_1^2}{M_1}$ turns turns \Re_{eq}

 $e_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$ باشين های الکتر یکی $e_2 = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$ $L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{m} = \frac{N_1 N_2}{m}$ \Re_{eq} $:\lambda_1$ شاردور سیم پیچ ۱ :2 فصل ۱ شار دور سیم پیچ ۲ $\lambda_2 = \lambda_{21} + \lambda_{22} = N_2 \phi$:*L*₁₁ اندوکتانس خودی سیم پیچ مدرس دکتر گرگانی فیروزجاه $= N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{c} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_c}{c} i_2$ $:L_{22}$ اندوکتانس خودی سیم پیچ ۲ اندوكتانس متقابل بين دو سيم پيچ $L_{12} = L_{21}$ $\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$, $L_{12} = L_{21}$ $L_{22} = N_2^2 \ \frac{\mu_0 A_c}{M_0} = \frac{N_2^2}{M_0^2}$ $\mathbb{T}\mathfrak{R}_{eq}$ g



فصل ۱

The magnetic circuit of Fig. 1.32 has two windings and two air gaps. The core can be assumed to be of infinite permeability. The core dimensions are indicated in the figure.

- a. Assuming coil 1 to be carrying a current I_1 and the current in coil 2 to be zero, calculate (*i*) the magnetic flux density in each of the air gaps, (*ii*) the flux linkage of winding 1, and (*iii*) the flux linkage of winding 2.
- Repeat part (a), assuming zero current in winding 1 and a current I₂ in winding 2.
- c. Repeat part (a), assuming the current in winding 1 to be I_1 and the current in winding 2 to be I_2 .
- d. Find the self-inductances of windings 1 and 2 and the mutual inductance between the windings.



Figure 1.32 Magnetic circuit for Problem 1.22.

part (a):

(i)
$$B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{g_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{g_2}$$

(ii) $\lambda_1 = N_1 (A_1 B_1 + A_2 B_2) = \mu_0 N_1^2 \left(\frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2}\right) I_1$
(iii) $\lambda_2 = N_2 A_2 B_2 = \mu_0 N_1 N_2 \left(\frac{A_2}{g_2}\right) I_1$

part (b):

(i)
$$B_1 = 0; \quad B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{g_2}$$

(ii) $\lambda_1 = N_1 A_2 B_2 = \mu_0 N_1 N_2 \left(\frac{A_2}{g_2}\right) I_2$
(iii) $\lambda_2 = N_2 A_2 B_2 = \mu_0 N_2^2 \left(\frac{A_2}{g_2}\right) I_2$

part (c):

(i)
$$B_{1} = \frac{\mu_{0}N_{1}I_{1}}{g_{1}}; \quad B_{2} = \frac{\mu_{0}N_{1}I_{1}}{g_{2}} + \frac{\mu_{0}N_{2}I_{2}}{g_{2}}$$

(ii)
$$\lambda_{1} = N_{1}(A_{1}B_{1} + A_{2}B_{2}) = \mu_{0}N_{1}^{2}\left(\frac{A_{1}}{g_{1}} + \frac{A_{2}}{g_{2}}\right)I_{1} + \mu_{0}N_{1}N_{2}\left(\frac{A_{2}}{g_{2}}\right)I_{2}$$

(iii)
$$\lambda_{2} = N_{2}A_{2}B_{2} = \mu_{0}N_{1}N_{2}\left(\frac{A_{2}}{g_{2}}\right)I_{1} + \mu_{0}N_{2}^{2}\left(\frac{A_{2}}{g_{2}}\right)I_{2}$$

part (d):

$$L_{11} = N_1^2 \left(\frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right); \quad L_{22} = \mu_0 N_2^2 \left(\frac{A_2}{g_2} \right); \quad L_{12} = \mu_0 N_1 N_2 \left(\frac{A_2}{g_2} \right)$$

مدرس؛ د کتر گر گانی فیروزجاه

دانشگاه مازندران

۱ ماشین های الکتریکی ۱ ماشین



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

The symmetric magnetic circuit of Fig. 1.33 has three windings. Windings A and B each have N turns and are wound on the two bottom legs of the core. The core dimensions are indicated in the figure.

- a. Find the self-inductances of each of the windings.
- b. Find the mutual inductances between the three pairs of windings.
- c. Find the voltage induced in winding 1 by time-varying currents $i_A(t)$ and $i_B(t)$ in windings A and B. Show that this voltage can be used to measure the imbalance between two sinusoidal currents of the same frequency.



Figure 1.33 Symmetric magnetic circuit for Problem 1.23.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{0} \\ \mathbf{y}_{0$$

⁸⁵ Q.E.D.



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

The reciprocating generator of Fig. 1.34 has a movable plunger (position x) which is supported so that it can slide in and out of the magnetic yoke while maintaining a constant air gap of length g on each side adjacent to the yoke. Both the yoke and the plunger can be considered to be of infinite permeability. The motion of the plunger is constrained such that its position is limited to $0 \le x \le w$.



Figure 1.34 Reciprocating generator for Problem 1.24.



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

There are two windings on this magnetic circuit. The first has N_1 turns and carries a constant dc current I_0 . The second, which has N_2 turns, is open-circuited and can be connected to a load.

- Neglecting any fringing effects, find the mutual inductance between windings 1 and 2 as a function of the plunger position x.
- b. The plunger is driven by an external source so that its motion is given by

$$x(t) = \frac{w(1 + \epsilon \sin \omega t)}{2}$$

where $\epsilon \leq 1$. Find an expression for the sinusoidal voltage which is generated as a result of this motion.

part (a):

$$L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2g} \left[D(w - x) \right]$$

part (b):

$$v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = I_0 \frac{dL_{12}}{dt} = -\left(\frac{N_1 N_2 \mu_0 D}{2g}\right) \frac{dx}{dt}$$
$$= -\left(\frac{N_1 N_2 \mu_0 D}{2g}\right) \left(\frac{\epsilon \,\omega w}{2}\right) \cos \omega t$$

ماشين هاى الكتريكي

فصل ۱

قانون فاراده – ولتاژ القا شده در اثر میدان مغناطیسی متغیر با زمان

قانون فاراده میگوید که اگر از درون یک حلقه سیم شار متغیری بگذرد ولتاژی در آن القا میشود که با آهنگ زمانی تغییر شار تناسب مستقیم دارد.

- $e_{ind} = -N \frac{d\phi}{dt}$ که در آن:
 - e_{ind}: ولتاژ القا شده در پیچک
 - N : تعداد حلقه سیمهای پیچک
 - φ : شار گذرنده از پیچک

علامت منفی بیانگر قانون لنز است قانون لنز: جهت ولتاژ القا شده در پیچک چنان است که اگر سرهای پیچک اتصال کوتاه شود جریانی از آن میگذرد که شار ناشی از آن مخالف تغییر شار اصلی باشد. چون ولتاژ با عامل بوجود آورنده اش مخالفت میکند.

قانون فاراده اساسی ترین ویژگی میدانهای مغناطیسی است که در ترانسفورماتورها عمل میکند. کار قانون لنز در ترانسفورماتور پیش بینی قطباورد القا شده در سیم پیچیهای ترانسفورماتور است.



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه



جهت جریان نشان داده شده در شکل شاری ایجاد میکند که با شار اصلی مخالفت میکند. پس ولتاژ پیچک باید به گونه ای باشد که در مدار خارجی جریانی در این جهت ایجاد شود. پس ولتاژ باید قطباورد مشخص شده در شکل را داشته باشد.



ماشين هاى الكتريكي

فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

قانون فاراده و تلفات جریان گردابی: شار متغیر با زمان همانطور که در سیم پیچیده شده حول هسته ولتاژ ایجاد میکند در درون هسته فرومغناطیس نیز ولتاژ القا میکند. این ولتاژها یک جریان گردابی در درون هسته ایجاد میکنند. این جریانها از ماده مقاومت دار(آهن یا هسته) میگذرند، پس انرژی تلف میکنند و این انرژی تلف شده باعث گرم شدن هسته آهنی میشود.



بر اساس قاعده لنز mmf تولید شده توسط جریانهای فوکو با mmf تحریک اصلی مدار مخالفت نموده و شار را تضعیف میکند. این اثر تضعیفی بویژه در قسمتهای مرکزی هسته شدیدتر است.





وقتی شار در جهت مرجع افزایش می یابد علامت ولتاژ باید به صورت نشان داده شده در شکل باشد و اندازه مقدار ولتاژ از رابطه زیر بدست می آید:

$$e_{\text{ind}} = N \frac{d\emptyset}{dt} = 100 \frac{d}{dt} (0.05 \sin 377t)$$

= 1855 \cos 377t Volt = 1855 \sin(377t + 90°)

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه



ماشين هاى الكتريكي ا

فصل ۱

نیروی وارد شده به یک سیم:

میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان که درون میدان قرار می گیرد نیرو وارد می کند.

$F = i(L \times B) = iLB \sin \theta$

در رابطه بالا: i : اندازه جریان در سیم و جهت اطبق تعریف همان جهت جریان است. L : طول سیم B : بردار چگالی شار مغناطیسی θ : زاویه بین سیم و بردار چگالی شار







ماشين های الکتریکی ۱





(AC EXITATION)





 $\phi(t) = \phi_{\max} \sin \omega t$ $=A_c B_{\max} \sin \omega t$

√در شبکه های قدرت شکل موج ولتاژ و شار تقریباً تابعی سینوسی از زمان هستند. √از شار پراکندگی و مقاومت اهمی سیم پیچ صرفنظرميشود.



فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

$$e(t) = N \frac{d\phi}{dt} = \omega N \phi_{\max} \cos \omega t = E_{\max} \cos \omega t$$

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max}$$

$$= \int E_{\max} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \phi_{\max}$$

$$= \int E_{rms} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N \phi_{\max}$$

$$= \sqrt{2} \pi f N \phi_{\max} = 4.44 f N \phi_{\max}$$

$$= \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} = 4.44 f N A_c B_{\max}$$

$$= \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} = 4.44 f N A_c B_{\max}$$

$$= \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} = 4.44 f N A_c B_{\max}$$

$$= \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} = 4.44 f N A_c B_{\max}$$

$$= \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} = 4.44 f N A_c B_{\max}$$



ماشين هاى الكتريكي

فصل ۱

تحريك مدار مغناطيسي با ولتاژ متناوب غير سينوسي

ولتاژ موج مربعی ۷ ۱۰۰ و ۲۲ ۶۰ مطابق شکل زیر به سیم پیچ ۵۰۰ دوری یک مدار مغناطیسی با هسته فرومغناطیس بسته اعمال میگردد. سطح مقطع هسته 0.001 متر مربع میباشد و از مقاومت اهمی سیم پیچ و شار پراکندگی صرفنظر میشود.

الف) ماکزیمم مقدار شار را محاسبه و شکل موج شار را بعنوان تابعی از زمان رسم نمائید.

ب) چنانچه بخواهیم ماکزیمم چگالی شار از ۱.۲ تسلا فراتر نرود ماکزیمم مقدار E را محاسبه کنید.







فصل ۱

مدرس؛ دکتر گرگانی فیروزجاه

A square voltage wave having a fundamental frequency of 60 Hz and equal positive and negative half cycles of amplitude *E* is applied to a 1000-turn winding surrounding a closed iron core of 1.25×10^{-3} m² cross section. Neglect both the winding resistance and any effects of leakage flux.

- Sketch the voltage, the winding flux linkage, and the core flux as a function of time.
- b. Find the maximum permissible value of E if the maximum flux density is not to exceed 1.15 T.



part (b):

$$E_{\rm max} = 4f N A_{\rm c} B_{\rm peak} = 345$$
 V

جريان مغناطيس كننده (بدون لحاظ كردن هيستريزيس و تلفات آهني)

در مدارهای مغناطیسی با هسته آهنی با مشخصه غیر خطی محاسبه تحلیلی جریان میسر نیست و لازم است از منحنی مغناطیسی هسته استفاده گردد. در صورت نادیده گرفتن تلفات هسته شکل موج جریان مغناطیس کننده به روش ترسیمی بدست می آید.







فصل ۱

مدرس، دکتر گرگانی فیروزجاه

جريان تلفات هسته تلفات هسته شامل هیستریزیس و جریان فوکو میباشد که رویهم به صورت گرما در هسته ظاهر می شوند. $P_c = P_h + P_e$ جريان تلفات هسته مربوط به توان اكتيو (واقعى) تلف شده (همانند آنچه در یک مقاومت اهمی روی می دهد) می باشد وبا ولتاژ سیم پیچ هم فاز است. برای مدل کردن (شبیه سازی) این تلفات در یک استفاده میشود که بطور موازی مدار معادل از با منبع قرار می گیرد. با داشتن تلفات هسته و ولتاژ داریم : $I_c = \frac{P_c}{F} \quad , \quad R_c = \frac{E}{r} = \frac{E}{r}$



(Exciting Current) يا \dot{i}_{ϕ} جريان تحريک (Magnetizing Current) يا i_{mag} يا i_m جريان مغناطيس کننده (i_m ag) i_m يا i_m يا i_m



شکل موج جریان تحریک- حلقه هیسترزیس دینامیک



