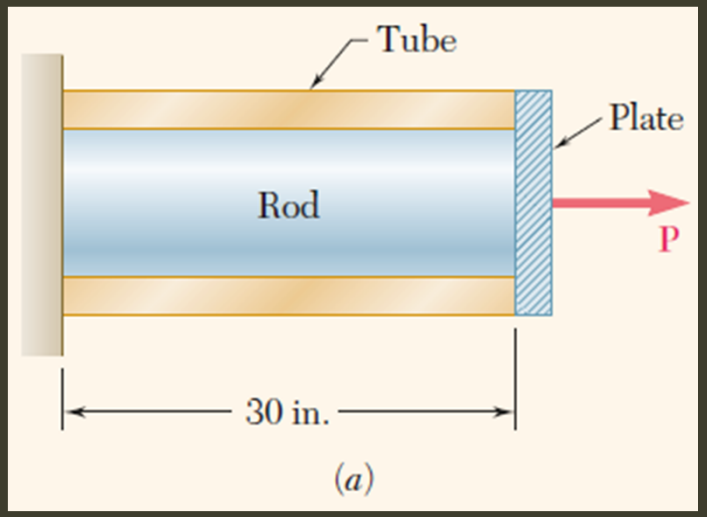
مقاومت مصالح I

فصل دوم:

مثالهای مربوط به رفتار کشسان

مومسان ایده آل

Concept Application 2.14



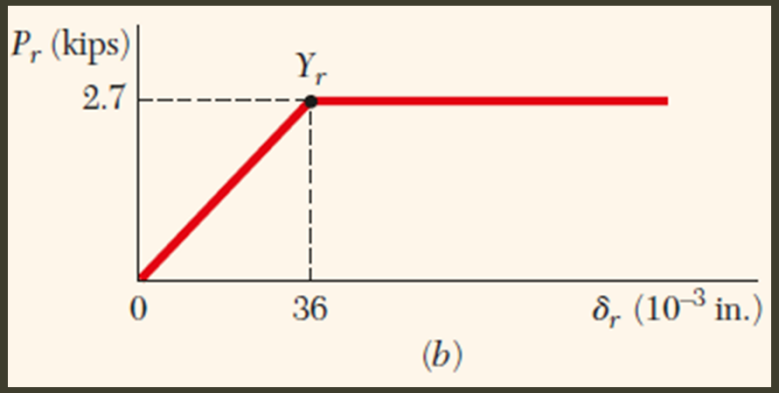
- میله استوانه ای به طول ۳۰ اینچ و Ar=0.075in2 درون لوله ای به همان طول و سطح مقطع At=0.100in2 قرار گرفته است. با فرض رفتار کشسان–مومسان برای هر دو میله نمودار خیز دو میله را ترسیم نمایید.

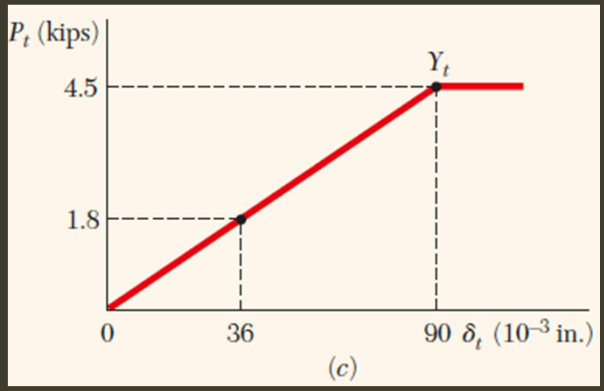
$E_r = 30 \times 10^6$ psi

$(\sigma_r)_Y = 36$ ksi

$E_t = 15 \times 10^6$ psi

$(\sigma_t)_Y = 45$ ksi.





Concept Application 2.14

$$(P_r)_Y = (\sigma_r)_Y A_r = (36\ \text{ksi})(0.075\ \text{in}^2) = 2.7\ \text{kips}$$

$$(\delta_r)_Y = (\epsilon_r)_Y L = \frac{(\sigma_r)_Y}{E_r} L = \frac{36 \times 10^3\ \text{psi}}{30 \times 10^6\ \text{psi}} (30\ \text{in.})$$

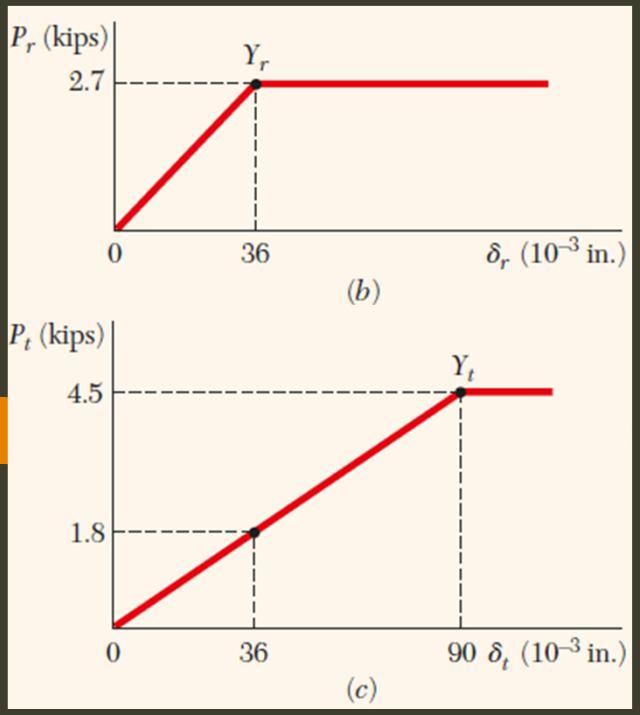
$$= 36 \times 10^{-3}\ \text{in.}$$

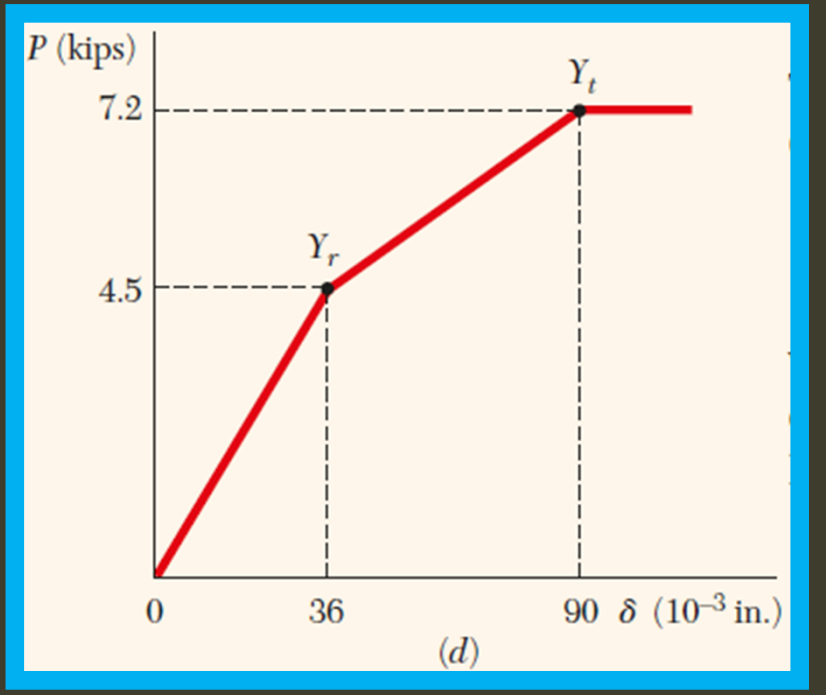
$$(P_t)_Y = (\sigma_t)_Y A_t = (45\ \text{ksi})(0.100\ \text{in}^2) = 4.5\ \text{kips}$$

$$(\delta_t)_Y = (\epsilon_t)_Y L = \frac{(\sigma_t)_Y}{E_t} L = \frac{45 \times 10^3\ \text{psi}}{15 \times 10^6\ \text{psi}} (30\ \text{in.})$$

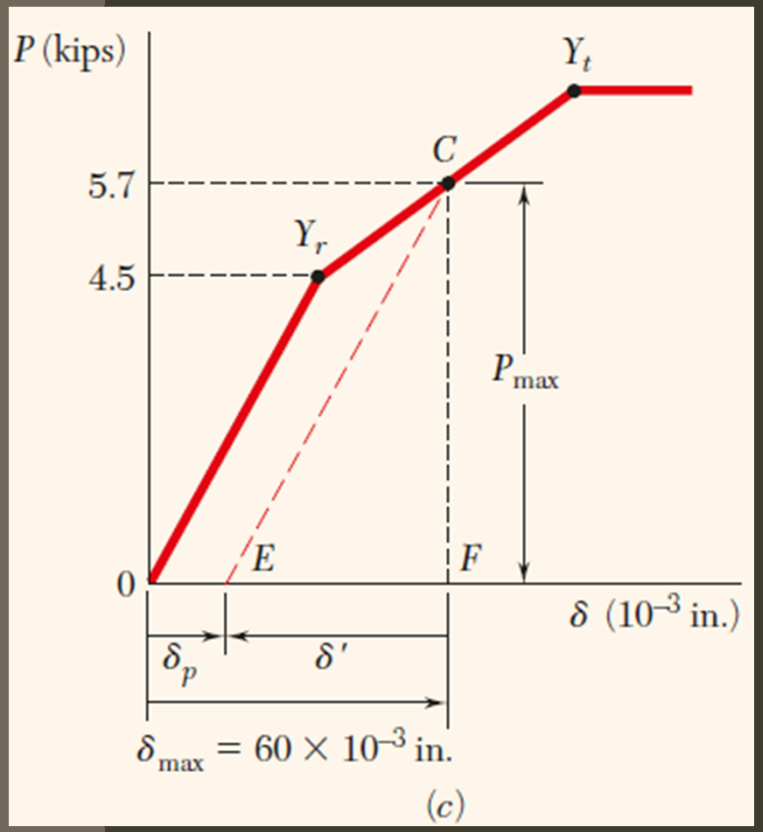
$$= 90 \times 10^{-3}\ \text{in.}$$

$$P = P_r + P_t \qquad \delta = \delta_r = \delta_t$$





Concept Application 2.15



– اگر بار اعمال شده به مجموعه لوله–میله مثال قبل از ۰ تا 5.7 kips افزایش یابد و بعد به صفر رسانده شود ماکزیمم افزایش طول مجموعه و تغییرشکل دائمی بعد از برداشتن بار را بدست آورید.

a. Maximum Elongation.

$$P_r = (P_r)_Y = 2.7 \text{ kips}$$

$$\sigma_r = (\sigma_r)_Y = 36 \text{ ksi.}$$

Concept Application 2.15

$$P_t = P - P_r = 5.7 \text{ kips} - 2.7 \text{ kips} = 3.0 \text{ kips}$$

$$\sigma_t = \frac{P_t}{A_t} = \frac{3.0 \text{ kips}}{0.1 \text{ in}^2} = 30 \text{ ksi}$$

$$\delta_t = \epsilon_t L = \frac{\sigma_t}{E_t} L = \frac{30 \times 10^3 \text{ psi}}{15 \times 10^6 \text{ psi}} (30 \text{ in.}) = 60 \times 10^{-3} \text{ in.}$$

$$\delta_{\max} = \delta_t = 60 \times 10^{-3} \text{ in.}$$

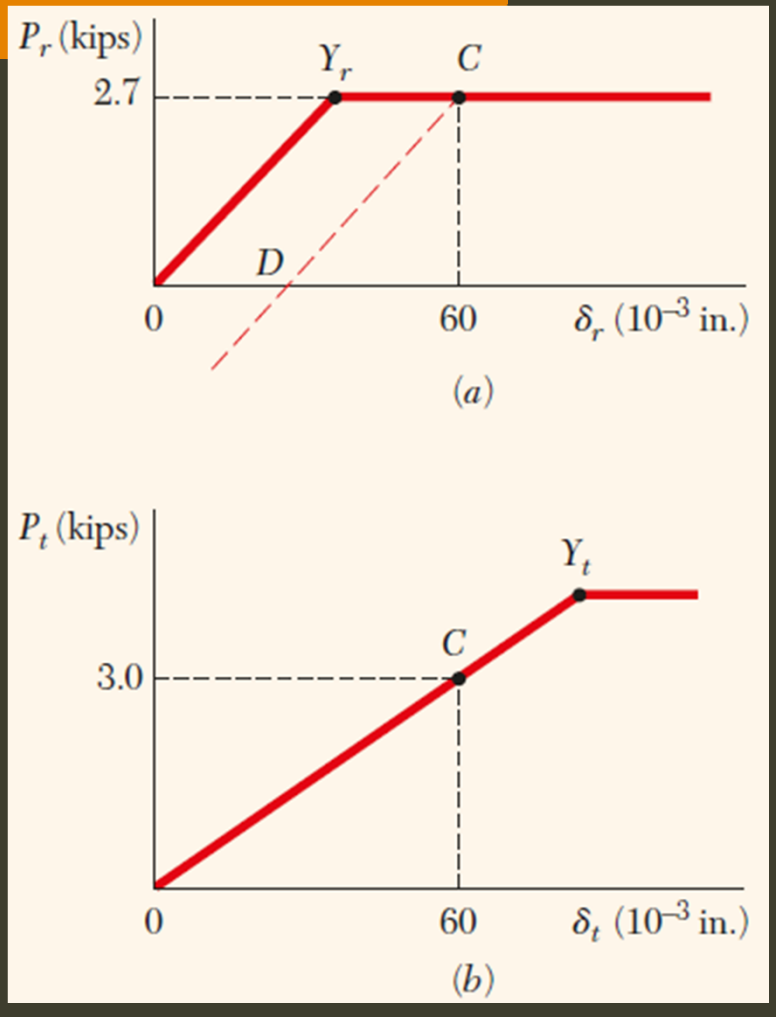
b. Permanent Set.

$$m = \frac{4.5 \text{ kips}}{36 \times 10^{-3} \text{ in.}} = 125 \text{ kips/in.}$$

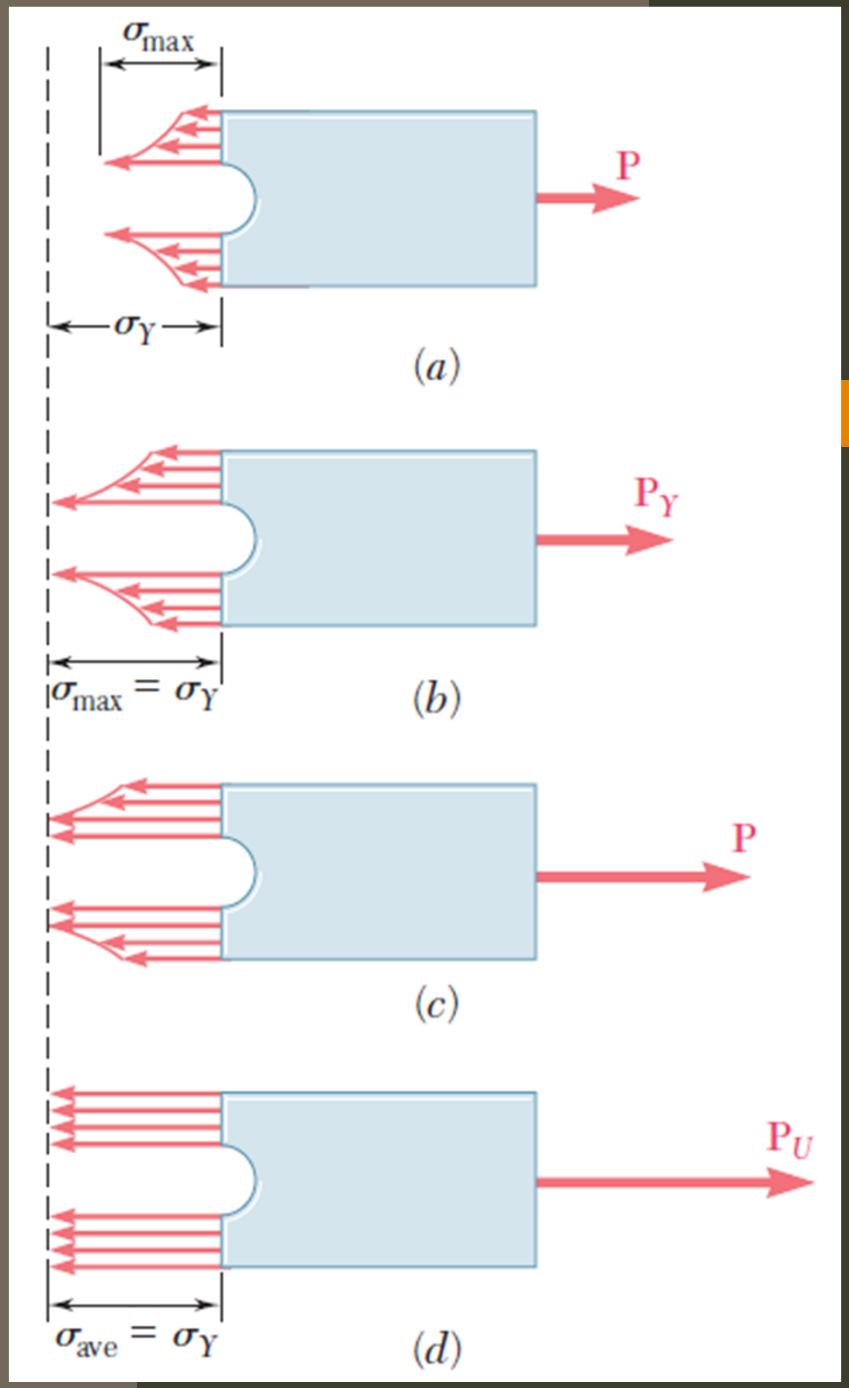
$$\delta' = -\frac{P_{\max}}{m} = -\frac{5.7 \text{ kips}}{125 \text{ kips/in.}} = -45.6 \times 10^{-3} \text{ in.}$$

$$\delta_p = \delta_{\max} + \delta' = 60 \times 10^{-3} - 45.6 \times 10^{-3}$$

$$= 14.4 \times 10^{-3} \text{ in.}$$



– تغییر شکلهای مومسان



$$\sigma_{max} \leq \sigma_Y$$

$$\sigma_{max} = \sigma_Y$$

$$\sigma = \sigma_Y \Rightarrow P = P_U$$

$$\sigma_{ave} = P/A$$

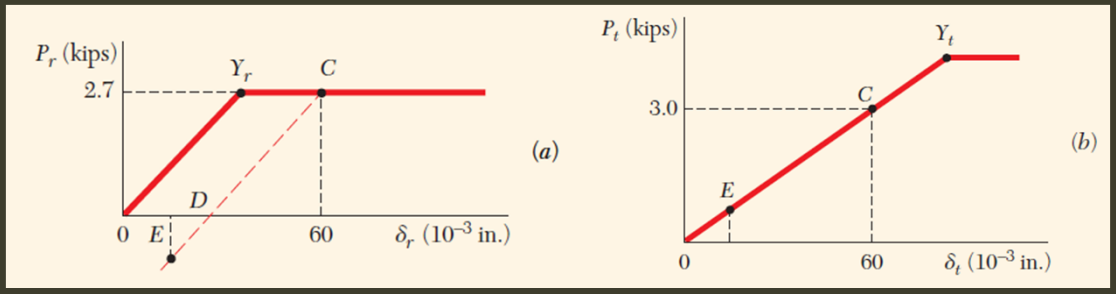
$$K = \sigma_{max}/\sigma_{ave}$$

$$P = \sigma_{ave} A = \frac{\sigma_{max} A}{K}$$

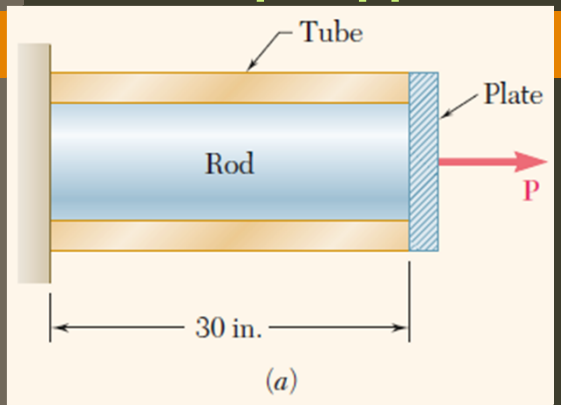
$$\sigma_{max} = \sigma_Y \Rightarrow P = P_Y \Rightarrow P_Y = \frac{\sigma_Y A}{K}$$

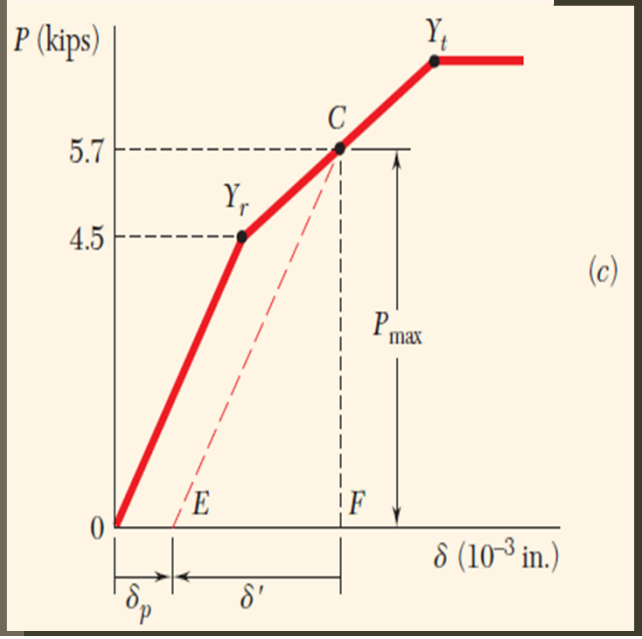
$$P = P_U \Rightarrow \sigma_{ave} = \sigma_Y \Rightarrow P_U = \sigma_Y A$$

$$P_Y = \frac{P_U}{K}$$



Concept Application 2.16





- در مثال قبل تنشهای باقیمانده در مجموعه را بعد از باربرداری بدست آورید.
- کرنش حاصل از برداشتن بار:

$$\epsilon' = \frac{\delta'}{L} = \frac{-45.6 \times 10^{-3}\,\text{in.}}{30\,\text{in.}} = -1.52 \times 10^{-3}\,\text{in./in.}$$

- تنش متناظر معکوس در میله و لوله:

$$\sigma_r' = \epsilon' E_r = (-1.52 \times 10^{-3})(30 \times 10^{6}\,\text{psi}) = -45.6\,\text{ksi}$$

$$\sigma_t' = \epsilon' E_t = (-1.52 \times 10^{-3})(15 \times 10^{6}\,\text{psi}) = -22.8\,\text{ksi}$$

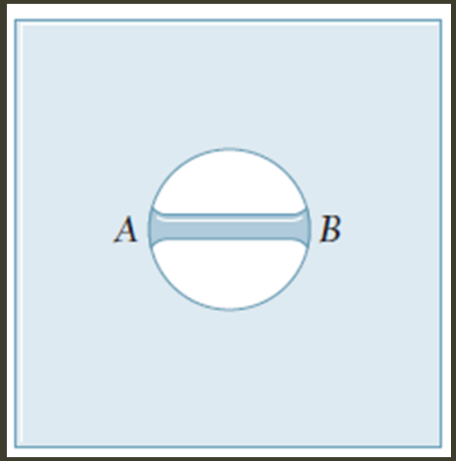
- جمع تنش حاصل از بارگذاری و باربرداری:

$$(\sigma_r)_{\text{res}} = \sigma_r + \sigma_r' = 36\,\text{ksi} - 45.6\,\text{ksi} = -9.6\,\text{ksi}$$

$$(\sigma_t)_{\text{res}} = \sigma_t + \sigma_t' = 30\,\text{ksi} - 22.8\,\text{ksi} = +7.2\,\text{ksi}$$

تغییرشکل مومسان ناشی از تغییر دما

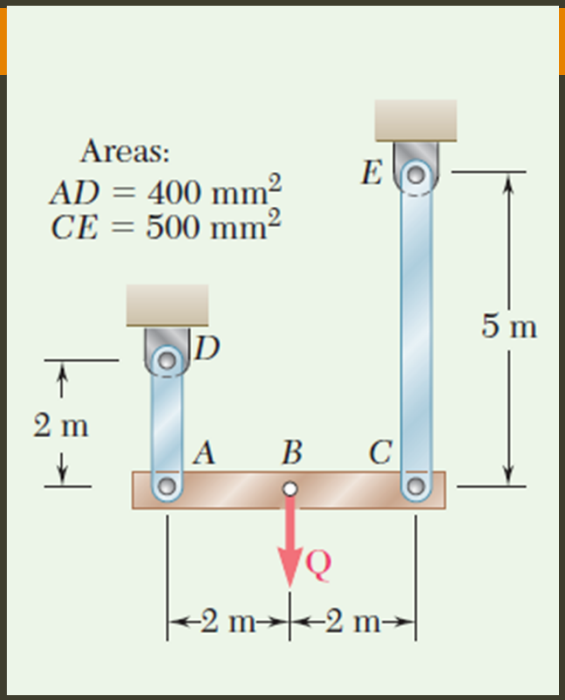
- تغییر دمایی که سبب تسلیم میله می شود:

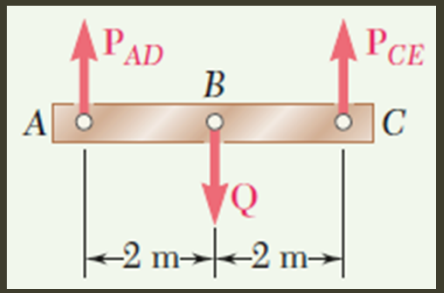


$$\sigma_Y = 300 \text{ MPa}$$

$$\Delta T = -\frac{\sigma}{E\alpha} = -\frac{300 \text{ MPa}}{(200 \text{ GPa})(12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C})} = -125^\circ\text{C}$$

Sample Problem 2.6





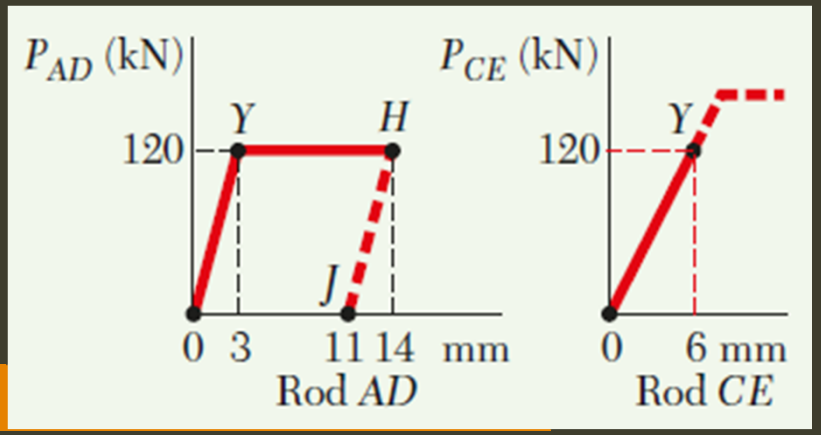
- تیر صلب ABC از دو میله آویخته شده است. نقطه B در اثر اعمال نیرو ۱۰ میلیمتر به آرامی خیز پیدا کرده و نیرو به آهستگی برداشته می شود. با فرض اینکه فولاد بکار رفته کشسان مومسان باشد مقدار ماکزیمم Q و وضعیت نهایی تیر را تعیین کنید.

$E = 200\ \text{GPa}$

$\sigma_Y = 300\ \text{MPa}$

$P_{AD} = P_{CE}$ and $Q = 2P_{AD}$

Sample Problem 2.6



Elastic Action

$$(P_{AD})_{\max} = \sigma_Y A = (300\ \text{MPa})(400\ \text{mm}^2) = 120\ \text{kN}$$

$$Q_{\max} = 2(P_{AD})_{\max} = 2(120\ \text{kN}) \qquad Q_{\max} = 240\ \text{kN}$$

$$\delta_{A_1} = \epsilon L = \frac{\sigma_Y}{E} L = \left(\frac{300\ \text{MPa}}{200\ \text{GPa}}\right)(2\ \text{m}) = 3\ \text{mm}$$

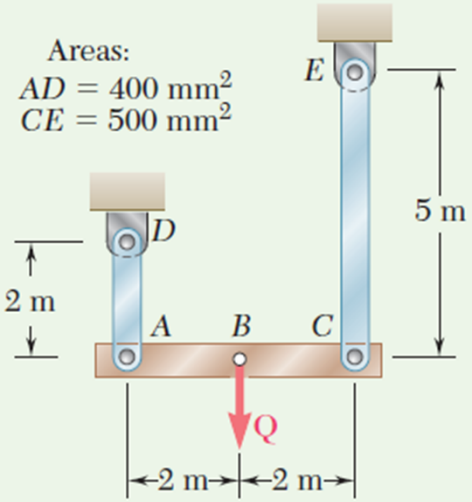
$$P_{CE} = P_{AD} = 120\ \text{kN}$$

$$\sigma_{CE} = \frac{P_{CE}}{A} = \frac{120\ \text{kN}}{500\ \text{mm}^2} = 240\ \text{MPa}$$

$$\delta_{C_1} = \epsilon L = \frac{\sigma_{CE}}{E} L = \left(\frac{240\ \text{MPa}}{200\ \text{GPa}}\right)(5\ \text{m}) = 6\ \text{mm}$$

$$\delta_{B_1} = \tfrac{1}{2}(\delta_{A_1} + \delta_{C_1}) = \tfrac{1}{2}(3\ \text{mm} + 6\ \text{mm}) = 4.5\ \text{mm}$$

- چرا AD؟



Sample Problem 2.6

- چون خیز B ۱۰ میلیمتر می باشد پس تغییر شکل مومسان در AD رخ داده است.

$$\sigma_{AD} = \sigma_Y = 300 \text{ MPa}$$

- تنش در CE در گستره کشسان و برابر با ۶ میلیمتر باقی می ماند و خیز A که به ازای آن خیز B برابر ۱۰ میلیمتر می شود برابر است با:

$$\delta_{B_2} = 10\,\text{mm} = \tfrac{1}{2}(\delta_{A_2} + 6\,\text{mm}) \qquad \delta_{A_2} = 14\,\text{mm}$$

$$\delta_{A_3} = 14\,\text{mm} - 3\,\text{mm} = 11\,\text{mm}$$