مدت زمان پاسخ‌گویی به سوالات ۱۲۰ دقیقه است. جزوه بسته و فقط ماشین حساب آزاد می‌باشد.

سوال ۱- تعداد رفت و برگشت یک سازه با فرکانس طبیعی بیشتر نسبت به یک سازه با فرکانس طبیعی کمتر تحت ارتعاش آزاد چگونه است؟ **۱ نمره**

الف- سازه با فرکانس بیشتر تعداد رفت و برگشت کمتر ب- سازه با فرکانس بیشتر تعداد رفت و برگشت هم بیشتر ج-تعداد رفت و برگشتی وابسته به فرکانس طبیعی نیست د- بسته به میزان جرم یا سختی سازه قابل پیش بینی هست.

سوال ۲- نسبت فرکانس ماشین به فرکانس طبیعی با ارتعاش دورانی اجباری با میرایی در حالت تشدید کدام است؟ **۱ نمره**

الف- دقیقا یک ب- کمتر از یک ج-بیشتر از یک د- می تواند هر یک از گزینه ها باشد.

سوال ۳- یک سیستم یک درجه آزادی با ارتعاش اجباری بدون میرایی تحت بار با دامنه ۲کیلونیوتن و تحت فرکانس طبیعی در حال ارتعاش است. اگر سختی فنر ۴۰۰۰ کیلونیوتن بر متر باشد مطلوبست تعیین بیشینه دامنه ارتعاش این سیستم بعد از چهار سیکل(به میلیمتر)؟ **۱ نمره**

الف- ۳.۱۴ ب- ۶.۲۸ ج-۰.۵ د- بی نهایت

سوال ۴- در یک سیستم یک درجه آزادی با ضریب میرایی ۰.۰۵ و پریود طبیعی ۲ ثانیه را با دامنه اولیه یک میلمتر (1mm) ارتعاش در نظر بگیرید، مطلوبست دامنه آن بعد از ۵ سیکل؟ **۱ نمره**

$$\delta = \ln\left(\frac{Z_0}{Z_n}\right) = \ln\left(\frac{Z_0}{Z_n}\right) = \frac{2n\pi D}{\sqrt{1-D^2}} = \frac{2\times 5\times \pi \times 0.05}{\sqrt{1-0.05^2}} = 1.573 \;\Rightarrow\; \frac{Z_0}{Z_n} = e^{1.573} = 4.82 \;\Rightarrow\; Z_n = \frac{Z_0}{4.82} = 0.207$$

الف- ۱.۵۷ ب- ۰.۲ ج-۰.۷۳ د- ۰.۴۲

سوال ۵- الف) میزان دامنه جابجایی ها موج رایلی با طول ۵ متر برای محیطی خاکی با ضریب پواسون برابر با ۰.۳ و سرعت موج برشی ۲۲۰ متر بر ثانیه را تعیین کنید؟ **ب)** در چه عمقی دامنه جابجایی های افقی و قائم بیشینه است؟ **ج)** نظر شما در مورد جابجایی افقی در جهت عمود بر انتشار موج رایلی چیست؟ **۴ نمره**

$$u(x,z) = \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad w(x,z) = \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$\phi = A_1 e^{-qz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right), \quad \psi = -A_1 \frac{2ifq}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right)$$

$$u(x,z) = \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial z} = -A_1 if e^{-qz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right) + A_1 s \frac{2ifq}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right),$$

$$u(x,z) = A_1 if\left\{-e^{-qz} + \frac{2qs}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\right\}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right), \quad (10\,\%)$$

$$w(x,z) = \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial x} = -qA_1 e^{-qz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right) + A_1 f \frac{2fq}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right)$$

$$w(x,z) = A_1 q\left\{-e^{-qz} + \frac{2f^2}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\right\}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right) \quad (10\,\%)$$

$$U = \left\{-e^{-qz} + \frac{2qs}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\right\} = -e^{-(q/f)(fz)} + \frac{2(q/f)(s/f)}{\left(s^2/f^2+1\right)} e^{-(s/f)(fz)} \quad (5\,\%)$$

$$W = \left\{-e^{-qz} + \frac{2f^2}{\left(s^2+f^2\right)} e^{-sz}\right\} = -e^{-(q/f)(fz)} + \frac{2}{\left(s^2/f^2+1\right)} e^{-(s/f)(fz)} \quad (5\,\%)$$

μ	$V = v_r / v_s$
0.25	0.919
0.29	0.926
0.33	0.933
0.4	0.943
0.5	0.955

$$\alpha = \frac{v_s}{v_p} = \sqrt{\frac{1-2\mu}{2-2\mu}} = \sqrt{\frac{1-2\times 0.3}{2-2\times 0.3}} = 0.5345 \;\Rightarrow\; v_p = \frac{v_s}{\alpha} = 411.58\,\text{m/s}$$ (10 %)

با توجه به ضریب پواسون از جدول بالا داریم: (یا از معادله زیر)

$$-8\,V^4 + V^6 - 16\,(1-\alpha^2) - V^2\,(-24 + 16\,\alpha^2) = 0$$ (15 %)

$$-11.4285 + 19.4286V^2 - 8V^4 + V^6 = 0 \Rightarrow\; V = \frac{v_r}{v_s} = 0.92741 \Rightarrow\; v_r = 204.03\ \text{m/s},$$ (5 %)

$$f = \frac{2\pi}{\text{Wavelength}} = \frac{2\pi}{5} = \frac{\omega}{v_r} \;\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{5} v_r = 256.39\,\text{rad/s}$$ (5 %)

$$s^2 = f^2 - \frac{\omega^2}{v_s^2} = 0.22093 \;\Rightarrow\; s = 0.47,$$ (5 %) $$q^2 = f^2 - \frac{\omega^2}{v_p^2} = 1.191 \;\Rightarrow\; q = 1.091$$ (5 %)

$$U = \left\{ -e^{-qz} + \frac{2qs}{\left(s^2 + f^2\right)} e^{-sz} \right\} = -e^{-1.0913z} + 0.57e^{-0.47z}$$ (5 %)

$$W = \left\{ -e^{-qz} + \frac{2f^2}{\left(s^2 + f^2\right)} e^{-sz} \right\} = -e^{-1.0913z} + 1.7545e^{-0.47z}$$ (5 %)

قسمت ب) محل ماکزیمم جابجایی ها: جابجایی افقی در سطح ماکزیمم است ولی محل ماکزیمم جابجایی قائم $z = 0.451\text{m}$ است.

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 1.0914\text{e}^{-1.091z} - 0.2679\text{e}^{-0.47z} = 0 \;\Rightarrow\; z_{\max} = 0\,\text{m},$$ (5 %)

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 1.0914\text{e}^{-1.0913z} - 0.8247\text{e}^{-0.47z} = 0 \;\Rightarrow\; z = 0.451\text{m}$$ (5 %)

ج) جابجایی در آن جهت صفر است. (5 %)

سوال ۶- دو ابزار اندازگیری دامنه ارتعاش موج رایلی در فواصل متوالی معین $L_1 = 4m$ و L_2 از منبع قرار دارند، اگر دامنه ارتعاش موج رایلی به نصف کاهش یابد و نسبت میرایی ۰.۰۵ فرض شود. مطلوبست تعیین فاصله L_2؟ انرژی دو نقطه نسبت بهم چه نسبتی دارند؟ **۱.۵ نمره**

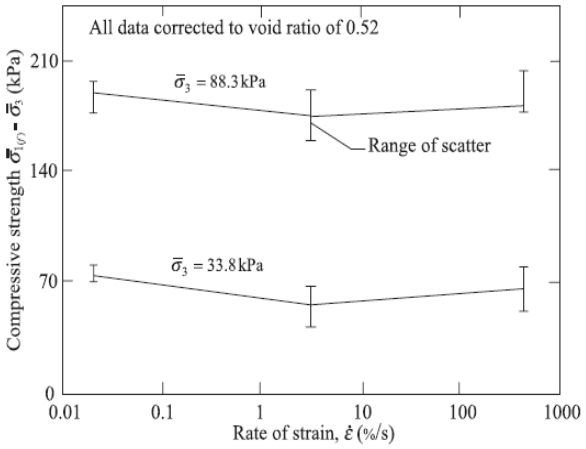
$$\frac{A_n}{A_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_n}} \exp\left(-\beta\left(r_n - r_1\right)\right) \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{4}{r_n}} \exp\left(-0.05\left(r_n - 4\right)\right) \Rightarrow r_n = 9.36m$$

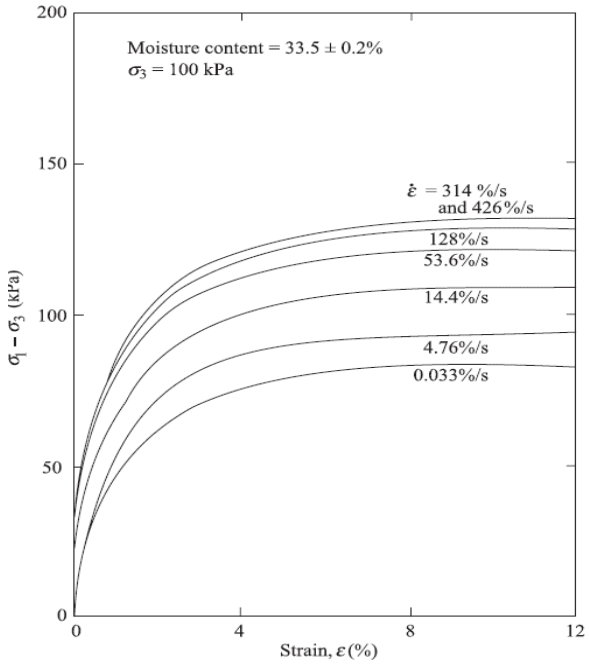
$$Amplitude \propto \sqrt{E} \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \;\Rightarrow\; \frac{E_1}{E_n} \propto \frac{r_n}{r_1} = \frac{9.36}{4} = 2.34$$

سوال ۷-الف) اثر سرعت بارگذاری بر پارامترهای مقاومتی خاک رس اشباع و ماسه خشک را بصورت جداگانه و با ذکر دلیل آن بنویسید؟ **ب)** در آزمایش بارگذاری گذرا، زمانی که دامنه بارگذاری در بیشینه است آیا پاسخ خاک هم ماکزیمم مقدار خود است؟ لطفا توضیح دهید؟ **۲ نمره**

حل الف) در آزمایش سه محوری تحکیم نیافته زهکشی نشده بر روی رس اشباع هر چقدر نرخ کرنش یاسرعت بارگذاری بیشتر باشد ضریب چسبندگی یا مقاومت زهکشی نشده خاک بیشتر است. $\frac{C_{u\,(\mathbf{dynamic})}}{C_{u\,(\mathbf{static})}} \approx 1.5$:Carroll, 1963 وقتی سرعت بارگذاری افزایش یابد، در خاک رسی فرصت گسترش ترک چندان نیست. بنابراین مقاومت زهکشی نشده خاک رس بیشتر است.

35 %





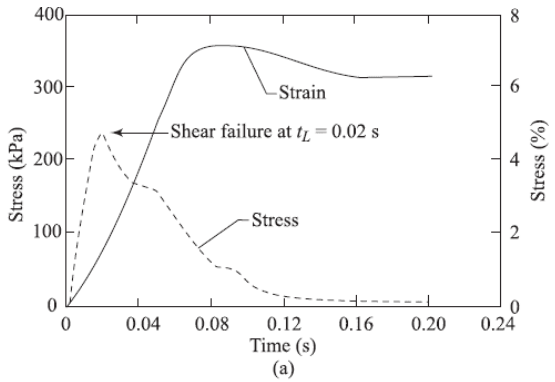
در مورد ماسه خشک با افزایش نرخ کرنش، ابتدا مقاومت برشی کاهش می‌یابد و سپس کمی افزایش می‌یابد. $\left(\phi_{dyn}\right)_{\min} = \phi_{static} - 2$

دلیل آن: زاویه اصطکاک داخلی خاک با ضریب اصطکاک خاک رابطه مستقیم دارد و چون تحت بار دینامیک ضریب اصطکاک کاهش می یابد آنگاه باعث کاهش زاویه اصطکاک داخلی خاک می‌شود. در نرخ کرنش های بالاتر افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک می‌تواند به‌دلیل افزایش تراکم ناشی از بار دینامیکی و پدیده اتساع باشد.

35 %

قسمت ب) خیر- محل ماکزیمم کرنش(پاسخ)، بعد از ماکزیمم تنش رخ می‌دهد. دلیل این اختلاف اینست که هر ماده برای اینکه به اعمال تنش پاسخ بدهد نیاز به زمان دارد که وابسته به میرایی و سختی سیستم است. به این زمان، زمان پاسخ سیستم، t_r (response time of system) می‌گویند. اگر $t < t_r$ باشد سیستم بسیار سخت است و پاسخ چندان ندارد و در این حالت میرایی سیستم بسیار غالب است.

30 %



سوال۸–الف) زمان پاسخ سیستم(Response Time) چیست و توضیحاتی در مورد چگونگی تعیین آن داده شود؟(راهنمایی: از معادله حرکت بدون اثر نیروی اینرسی استفاده شود) ب) اثرات میرایی و جرم و سختی سیستم در یک ارتعاش اجباری بر روی پاسخ سیستم با توجه به نسبت فرکانس ماشین به طبیعی چگونه است؟ توضیح دهید؟**۲.۵ نمره**

پاسخ:الف) برای تعیین زمان پاسخدهی یک سیستم به همراه میراگر می‌توان از معادله حرکت بدون اثرات نیروی اینرسی محاسبه کرد. معادله حرکت برابر است با:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = f(t)$$

اگر از اثرات نیروی اینرسی صرفنظر شود و همچنین اگر سیستم تحت نیروی ثابت قرار گیرد معادله فوق به صورت زیر در می‌آید:

$$c\dot{z} + kz = f_0$$

حل معادله مرتبه اول فوق بصورت زیر تعیین می شود:

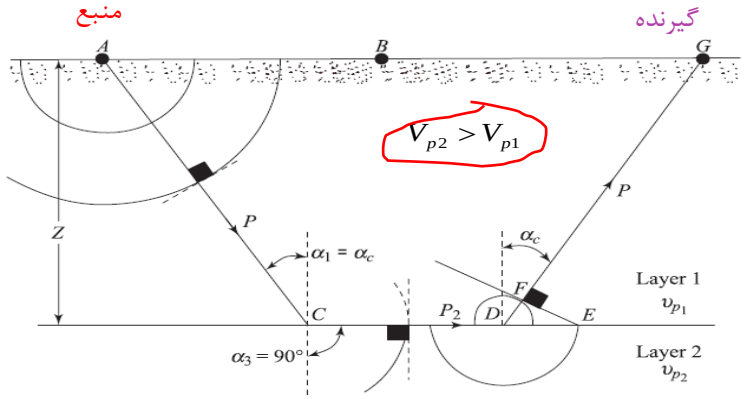
$$z(t) = \frac{f_0}{k}\left(1 - e^{(-t/t_r)}\right),\ t_r = \frac{c}{k}$$

به t_r زمان پاسخ سیستم می‌گویند که تابعی از میرایی و سختی سیستم است. بعداز تقریبا $t=4\ t_r$ ، سیستم در حالت تعادل نسبتا کامل قرار می‌گیرد.

ب) ....ادامه دارد.

سوال ۹– الف) موج طولی کدام مسیر را زودتر طی می کند AG یا ACDG؟ با محاسبه زمان از دو مسیر؟

ب) توضیح دهید اگر لایه شیب دار باشد چطور این آزمایش برای تعیین شیب انجام می‌شود؟ فقط شرح آزمایش داده شود در این بخش از سوال محاسباتی نیاز نیست. **۳ نمره**



پاسخ: ممکن است هر یک از مسیرهای اشاره شده زودتر برسد. با توجه به اینکه سرعت اصلی در فصل مشترک بیشتر از سرعت اصلی لایه اول است بسته به فاصله AG ممکن است است یکی از مسیرها زودتر برسد. در زیر بصورت دقیقتر بررسی می‌کنیم:

می‌توان نشان داد که زمان طی کردن امواج P از مسیر ACDG برابر است با:

$$t_1 = t_{AC} + t_{CD} + t_{DG} = \frac{x}{v_{p2}} + \frac{2Z}{v_{p1}}\cos\alpha_c, \quad x = \overline{AG}$$

10 %

10 %

و زمان طی کردن امواج P از مسیر AG برابر است با:

$$t_2 = t_{AG} = \frac{x}{v_{p1}}, \qquad x = \overline{AG}$$ 10 %

حال باید بررسی شود که چه وقت از مسیر مستقیم AG و ACDG بصورت همزمان می‌رسند:

$$t_1 = t_2 \quad \Rightarrow t = \frac{x}{v_{p1}} = \frac{x}{v_{p2}} + \frac{2Z}{v_{p1}}\cos\alpha_c, \quad x = \overline{AG}$$ 15 %

$$x_c = \frac{2Zv_{p2}}{\left(v_{p2} - v_{p1}\right)}\cos\alpha_c$$ 10 %

حال اگر $x = \overline{AG} > x_c$ باشد آنگاه موج از مسیر ACDG زودتر می رسد و اگر $x = \overline{AG} < x_c$ باشد آنگاه موج از مسیر مستقیم AG زودتر می رسد. 15 %

30 %

ب- جای منبع و گیرنده اخر را عوض و آزمایش تکرار می شود... ادامه دارد.

سوال ۱۰- به یک شالوده دایره‌ای وزن کل ۶۸۰کیلونیوتن، تحت بار ارتعاشی قائم ماشینی به دامنه ثابت ۷ کیلونیوتن و فرکانس ماشین ۱۸۰ دور بر دقیقه بر روی خاک با مشخصات $\mu = 0.4$, $\gamma = 18.5\,\mathrm{kN/m^3}$ و $G = 20700\ \mathrm{kPa}$ قرار گرفته است. مطلوبست: الف) تعیین شعاع شالوده در صورتی‌که نامساوی مقابل برقرار باشد: $\frac{f_{\text{resonance}}}{f_{\text{operating}}} \geq 2$ ؟

ب) تعیین دامنه ارتعاش شالوده در تشدید؟ **۳ نمره**

حل الف)

$$\frac{f_{\text{resonance}}}{f_{\text{operating}}} = \frac{f_{\text{resonance}}}{180} = 2 \rightarrow f_{\text{resonance}} = 360\,\text{cpm} = 6\,\text{Hz},$$

$$f_m = f_n\sqrt{1-2D_z^2} = 6\,\text{Hz}$$ 10 %

$$B_z = \left(\frac{1-\mu}{4}\right)\left(\frac{m}{\rho r_0^3}\right) = \left(\frac{1-0.4}{4}\right)\left(\frac{680/9.81}{r_0^3 \times 18.5/9.81}\right) = \frac{5.5135}{r_0^3}$$ 10 %

$$D_z^2 = \frac{(0.425)^2}{B_z} = \frac{0.180625}{B_z} = 0.0328r_0^3 \qquad D_z = 0.181\sqrt{r_0^3}$$ 10 %

$$k_z = \frac{4Gr_0}{(1-\mu)} = \frac{4\times 20700\times r_0}{(1-0.4)} = 138000r_0$$ 10 %

$$f_n = \left(\frac{1}{2\pi}\right)\sqrt{\frac{k_z}{m}} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)\sqrt{\frac{138000r_0}{680/9.81}} = 7.10133\sqrt{r_0}$$ 10 %

$$f_m = f_n\sqrt{1-2D_z^2} = 7.10133\sqrt{r_0}\sqrt{1-2\times 0.0328r_0^3} = 7.10133\sqrt{r_0 - 0.065521r_0^4} = 6\,\text{Hz}$$

$$r_0 = 2.17\,m$$ 25 %

حل ب)

$$B_z = 0.538$$

$$D_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}} = 0.579$$ (15 %)

$$k_z = 299729.3$$

$$A_{z(\text{resonance})} = \frac{Q_0}{k_z}\left(\frac{1}{2D_z\sqrt{1-D_z^2}}\right) = 0.0000247\,\text{m} = 0.0247\,\text{mm}$$ (10 %)

فرمول‌های و جدول احتمالی مورد نیاز:

$$V^6 - 8V^4 - \left(16\alpha^2 - 24\right)V^2 - 16\left(1-\alpha^2\right) = 0$$

$$M = \frac{Z}{\left(\frac{Q_0}{K}\right)} = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\beta^2\right]^2 + \left[2D\beta\right]^2}},\quad \beta = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$$z = e^{-D\omega_n t}\left[A_9\cos\left(\omega_n\sqrt{1-D^2}\,t\right) + A_{10}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-D^2}\,t\right)\right]$$

$$\alpha = \frac{v_s}{v_p} = \sqrt{\frac{1-2\mu}{2-2\mu}},\ V = \frac{v_r}{v_s},\quad A_n = A_1\sqrt{\frac{r_1}{r_n}}\exp\left(-\beta\left(r_n - r_1\right)\right),\quad \gamma_{\text{dry}} = \frac{G_s\gamma_w}{1+e},\qquad \gamma_{\text{sat}} = \frac{\left(G_s+e\right)\gamma_w}{1+e}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}\qquad \delta = \ln\left(\frac{Z_n}{Z_{n+1}}\right) = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}}$$

$$A_{z(\text{resonance})} = \frac{Q_0\left(1-\mu\right)}{4Gr_0}\frac{B_z}{0.85\sqrt{B_z - 0.18}}$$

$$u\left(x,z\right) = \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial z},\quad w\left(x,z\right) = \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$\phi = A_1 e^{-qz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right),\quad \psi = -A_1\frac{2ifq}{\left(s^2+f^2\right)}e^{-sz}\left(e^{i(\omega t - fx)}\right)$$

$$z = \left(\frac{1}{4}\frac{r_1^2}{r_2} + r_1\right) - \frac{1}{4}\frac{r_1^2}{r_2}\cos 2\omega t - r_1\cos\omega t$$

$$A_{z(\text{resonance})} = \frac{U}{m}\left(\frac{1}{2D_z\sqrt{1-D_z^2}}\right) = \frac{m_1 e}{m}\frac{B_z}{0.85\sqrt{B_z - 0.18}}$$

$$B_z = \left(\frac{1-\mu}{4}\right)\left(\frac{m}{\rho r_0^3}\right),\ f_m \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{G}{\rho}}\frac{1}{r_0}\sqrt{\frac{B_z - 0.36}{B_z}}$$