

۳۱
حال برای درک بهتر پارامتر θ ، تابع موج $\langle n' | \theta \rangle$ را بررسی می‌کنیم.

$$\langle n' | T(a) | \theta \rangle = \int dn'' \langle n' | T(a) | n'' \rangle \langle n'' | \theta \rangle =$$

$$= \int dn'' \langle n' | n'' + a \rangle \langle n'' | \theta \rangle =$$

$$\underbrace{\delta(n' - (n'' + a))}_{\delta(n' - (n'' + a))}$$

$$= \int dn'' \delta(n' - (n'' + a)) \langle n'' | \theta \rangle =$$

$$= \langle n' - a | \theta \rangle$$

$$\langle n' | T(a) | \theta \rangle = \langle n' - a | \theta \rangle \quad \textcircled{I}$$

از طرف دیگر: $\langle n' | T(a) | \theta \rangle = \langle n' | T(a) | (\sum e^{in\theta} |n\rangle) \rangle$

$$= \langle n' | (\sum e^{in\theta} |n+1\rangle) \rangle$$

$$= e^{-i\theta} \langle n' | \theta \rangle \quad \textcircled{II}$$

تابع موج در چاه‌های مختلف به اندازه فازها با هم اختلاف دارند.

$$I, II \implies \boxed{\langle n' - a | \theta \rangle = e^{-i\theta} \langle n' | \theta \rangle} \quad \textcircled{III}$$

بدین معنی

$$\langle n-a | \theta \rangle = \langle n' | \theta \rangle e^{-i\theta} \xrightarrow{\text{حل}} \langle n' | \theta \rangle = e^{ikn'} u_k(n')$$

$\theta = ka$ و $u_k(n')$ تابع تناوبی از a است.

اگر $\theta = ka$ و $u_k(n') = u_k(n'+a)$ باشد آنجا $\langle n' | \theta \rangle = e^{ikn'} u_k(n')$ جواب

معادله III است.

برای بررسی درستی این حل می‌توانید آن را در III قرار دهید و درستی آن را مشاهده کنید.

تصنیه پلاخ: موج $|\theta\rangle$ که در جهت $T(a)$ است را می‌توان به صورت

حاصل ضرب یک موج تخت $e^{ikn'}$ و یک تابع تناوبی با دوره

تناوب a نوشت.

یادآوری: $|\theta\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta} |n\rangle$

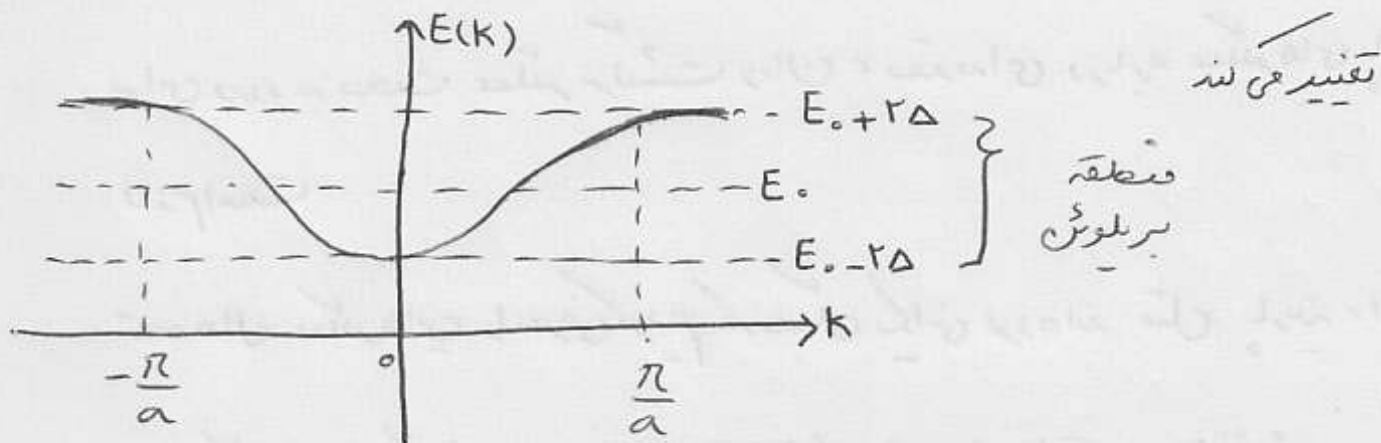
$$H|\theta\rangle = H \sum e^{in\theta} |n\rangle = (E_0 - 2\Delta \cos\theta) \sum e^{in\theta} |n\rangle$$

$$H|\theta\rangle = (E_0 - 2\Delta \cos\theta) |\theta\rangle$$

تابع موج، یک موج $\rightarrow \langle n' | \theta \rangle = e^{ikn'} u_k(n')$

تخت است که با بردار منتشر شونده k مشخص می‌شود و با یک تابع تناوبی همراه است.

مرتبه θ از $-\pi$ تا $+\pi$ تغییر می کند ، بردار موج k از $k = -\frac{\pi}{a}$ تا $k = \frac{\pi}{a}$



ایجاد نوارهای پیوسته انرژی } پتانسیل متناوب
ایجاد گاف انرژی

شکل منتهی به نهایت گانه از بین رفته است و یک نوار پیوسته انرژی بین $E_0 - 2\delta$ و $E_0 + 2\delta$ تشکیل شده است که به آن منطقه بریلوئن گویند .

تا به حال فقط یک ذره را در پتانسیل متناوب در نظر گرفتیم . اگر تعداد زیادی اکسیدون تحت پتانسیل متناوب قرار گیرد ، باید به اصل فرد پائولی توجه کنیم .
اساسی ترین ویژگی های فلزات ، نیم رساناها و نظیر آنها نتایجی از

ناوردایی انتقال و اصل فرد پائولی است .

برای ورود به بحث عملگر برکت زمان، مقدمه‌ای درباره عملگرهای یگانگی لازم است.

تایم حال عملگرهایی را معرفی کردیم که عملی یکسانی بوده اند مثل پارتیه، انتقال در دران در عملگرهای یگانگی، ضرب های داخلی ناوردای پایتی می مانند:

عملگر یگانگی u را در نظر بگیرید $(u^\dagger u = 1)$

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &\xrightarrow{\text{عملگر یگانگی } u} u|\alpha\rangle = |\tilde{\alpha}\rangle \\ &\text{کت اولیه} \\ |\beta\rangle &\xrightarrow{\text{کت اولیه}} u|\beta\rangle = |\tilde{\beta}\rangle \end{aligned}$$

$$\langle \tilde{\beta} | \tilde{\alpha} \rangle = \langle \beta | u^\dagger u | \alpha \rangle \stackrel{u u^\dagger = 1}{=} \langle \beta | \alpha \rangle$$

کت عمل u ، ضرب داخلی ناوردای حاصله است.

حال شرطی را در نظر می‌گیریم که کمتر محدودکننده باشد:

$$|\langle \tilde{\beta} | \tilde{\alpha} \rangle| = |\langle \beta | \alpha \rangle|$$

$$\begin{aligned} &\implies \left\{ \begin{aligned} &\langle \tilde{\beta} | \tilde{\alpha} \rangle = \langle \beta | \alpha \rangle \\ &\text{مربوط به همان عملگرهای یگانگی است.} \\ &\text{یا} \\ &\langle \tilde{\beta} | \tilde{\alpha} \rangle = \langle \beta | \alpha \rangle^* = \langle \alpha | \beta \rangle \end{aligned} \right. \\ &\text{این حالت جدید است و قابل بررسی می‌باشد} \end{aligned}$$

تعریف: عملگر یادیکانی Θ را در نظر بگیرید به طوری که

$$|\alpha\rangle \longrightarrow |\tilde{\alpha}\rangle = \Theta|\alpha\rangle$$

$$|\beta\rangle \longrightarrow |\tilde{\beta}\rangle = \Theta|\beta\rangle$$

عملگر Θ را یادیکانی نویسیم اگر

$$(1) \quad \langle \tilde{\beta} | \tilde{\alpha} \rangle = \langle \beta | \alpha \rangle^* = \langle \alpha | \beta \rangle$$

$$(2) \quad \Theta [c_1 |\alpha\rangle + c_2 |\beta\rangle] = c_1^* \Theta |\alpha\rangle + c_2^* \Theta |\beta\rangle \leftarrow \Theta \text{ یادخطی است}$$

شرط (2) به تنهایی بیانگر عملگر یادخطی Θ است.

شرط (1) و (2) با هم معادل عرف عملگر یادیکانی Θ هستند.

حال ادعای کنیم که می توان یک عملگر یادیکانی را به صورت زیر بنویسیم:

$$\Theta = UK$$

عملگر یادیکانی

عملگر مزدوج مختلط

عملگر K هر ضریبی را مزدوج می کند

$$K(c|\alpha\rangle) = c^* K|\alpha\rangle$$

$$|\alpha\rangle = \sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle$$

$$|\tilde{\alpha}\rangle = K|\alpha\rangle = \sum_{a'} K|a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle^*$$

$$= \sum_{a'} \langle a'|\alpha\rangle^* K|a'\rangle$$

$$= \sum_{a'} \langle a'|\alpha\rangle^* |a'\rangle$$

عملگر K روی کت های پایه اثر کند در آن تغییراتی ایجاد نمی کند، البته اگر آن ویژه کت ها در فضای نفیس خود نوشته شوند.

در فضای کسری پایه در فضای نفیس پایه های دبله، اثر K روی آنها تغییر می کند.

$$\Theta [c_1|\alpha\rangle + c_r|\beta\rangle] = UK [c_1|\alpha\rangle + c_r|\beta\rangle] =$$

$$= c_1^* UK|\alpha\rangle + c_r^* UK|\beta\rangle =$$

$$= c_1^* \Theta|\alpha\rangle + c_r^* \Theta|\beta\rangle$$

$$|\tilde{\alpha}\rangle = \Theta|\alpha\rangle = UK \sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle = \sum_{a'} \langle a'|\alpha\rangle^* UK|a'\rangle =$$

$$= \sum_{a'} \langle a'|\alpha\rangle^* U|a'\rangle = \sum_{a'} \langle \alpha|a'\rangle U|a'\rangle$$

$$|\tilde{\beta}\rangle = \sum_{a'} \langle \beta|a'\rangle U|a'\rangle$$

$$\langle \tilde{\alpha} | = \sum_{\alpha'} \langle \alpha' | \alpha \rangle \langle \alpha' | U^\dagger$$

$$\langle \tilde{\beta} | = \sum_{\alpha'} \langle \alpha' | \beta \rangle \langle \alpha' | U^\dagger$$

$$\langle \tilde{\beta} | \tilde{\alpha} \rangle = \sum_{\alpha'} \sum_{\alpha''} \langle \alpha'' | \beta \rangle \langle \alpha'' | U^\dagger U | \alpha' \rangle \langle \alpha | \alpha' \rangle$$

$$= \sum_{\alpha'} \sum_{\alpha''} \langle \alpha'' | \beta \rangle \delta(\alpha'' - \alpha') \langle \alpha | \alpha' \rangle$$

$$= \sum_{\alpha'} \langle \alpha' | \beta \rangle \langle \alpha | \alpha' \rangle = \sum_{\alpha'} \langle \alpha | \alpha' \rangle \langle \alpha' | \beta \rangle$$

$$= \langle \alpha | \beta \rangle$$

آشنایی با عملگر یاریگانی در مطالعه عملگر برکست زمان اهمیت دارد.

تا به حال متوجه شده ایم که می توانیم یک عملگر یاریگانی را از ترکیب یک

عملگر یاریگانی و یک عملگر مزدوج فیلد کشته بنویسیم.

$$\Theta = UK$$

حال به سراغ آشنایی با عملگر برکست زمان می رویم.