عنوان: مفاهیم سالخوردگی

مدرس: دکتر اصغرزاده نشلی

دانشگاه مازندران

مشخصه‌های دیگر طول عمر

واریانس طول عمر:

$$\sigma_T^2 = Var(T) = E(T-\mu)^2 = E(T^2) - E^2(T)$$

که $\mu = E(T)$.

انحراف استاندارد: $\sigma_T = \sqrt{Var(T)}$.

صدک مرتبه p: $P(T \leq t_p) = p$ یا $F_T(t_p) = p$. یعنی احتمال از کارافتادن یک واحد یا یک قطعه قبل از t_p برابر p است.

میانه T: $m = t_{0/5}$. یعنی ۵۰ درصد داده‌ها طول عمرشان از m کمتر است.

ضریب تغییرات: $CV = \frac{\sqrt{Var(T)}}{E(T)} = \frac{\text{T انحراف معیار استاندارد}}{\text{T میانگین}}$. معیاری برای پراکندگی است.

دانشگاه مازندران

مثال

متغیر تصادفی طول عمر T دارای تابع چگالی زیر است:

$$f_T(t) = \frac{۱}{۵} e^{-\frac{t}{۵}}, \qquad t > ۰.$$

الف) انحراف استاندارد T را بیابید.

ب) میانه توزیع T را بیابید و آن را تفسیر کنید.

ج) مقدار CV چقدر است؟

مفاهیم سالخوردگی

سالخوردگی به معنی تغییر نرخ از کارافتادگی (نرخ خرابی) در طول زمان است. یک معیار مناسب برای اندازه‌گیری سالخوردگی مفهوم نرخ خرابی یا نرخ خطر است.

- اگر نرخ خرابی صعودی باشد، متغیر طول عمر دچار سالخوردگی می‌شود.
- اگر نرخ خرابی نزولی باشد، متغیر طول عمر دچار سالخوردگی منفی می‌شود. یعنی سیستم با گذشت زمان جوان‌تر می‌شود.
- اگر نرخ خرابی ثابت باشد، متغیر طول عمر دچار سالخوردگی نمی‌شود. (در این حالت لازم است که توزیع طول عمر نمایی باشد.)

تعریف

فرض کنید F تابع توزیع متغیر تصادفی طول عمر T باشد. F را متعلق به کلاس توزیع‌های با نرخ خطر صعودی (نزولی) گویند هرگاه تابع نرخ خطر آن غیرنزولی (غیرصعودی) باشد.

قرارداد

کلاس توزیع‌های با نرخ خطر صعودی را با Increasing Failure Rate (IFR) و کلاس توزیع‌های با نرخ خطر نزولی را با Decreasing Failure Rate (DFR) نشان می‌دهند.

قضیه ۶: ارتباط کلاس توزیع‌های IFR و DFR با $R(x|t)$

- توزیع F متعلق به کلاس توزیع‌های IFR است اگر و فقط اگر تابع قابلیت اعتماد شرطی آن یعنی $R(x|t)$ برحسب t نزولی باشد.
- توزیع F متعلق به کلاس توزیع‌های DFR است اگر و فقط اگر تابع قابلیت اعتماد شرطی آن یعنی $R(x|t)$ برحسب t صعودی باشد.

دانشگاه مازندران

بیان بهتر قضیه ۶:

$$F \in DFR \ \Leftrightarrow \ R(x|t) \ \nearrow \ t$$

$$F \in IFR \ \Leftrightarrow \ R(x|t) \ \searrow \ t$$

تعریف: نو بهتر از کهنه و کهنه بهتر از نو

توزیع طول عمر F را نو بهتر از کهنه (نو بدتر از کهنه) گویند هرگاه به ازای هر x و y نامنفی، تابع قابلیت اعتماد آن در نامساوی زیر صدق کند:

$$R(x+y) \leq \ (\geq) \ R(x)\, R(y)$$

یا معادلا

$$\frac{R(x+y)}{R(y)} \leq \ (\geq) \ R(x) \qquad \text{یا} \qquad R(x|y) \leq \ (\geq) \ R(x)$$

که

$R(x)$: قابلیت اعتماد سیستم نو در نقطه x,

$R(x|y)$: قابلیت اعتماد سیستم با سن y در نقطه x

تمرین: نشان دهید که

$$\text{اگر } F \in IFR\,(DFR) \implies F \in NBU\,(NWU)$$

$$\begin{cases} NBU: \; New\ Better\ than\ Used & \text{(نو بهتر از کهنه)} \\ NWU: \; New\ Worse\ than\ Used & \text{(نو بدتر از کهنه)} \end{cases}$$

کلاس توزیع‌های با میانگین عمر باقیمانده صعودی یا نزولی

فرض کنید که توزیع طول عمر F دارای میانگین طول عمر باقیمانده $m(t)$ است. گوییم F متعلق به کلاس توزیع‌های با میانگین عمر باقیمانده‌ی صعودی (نزولی) است اگر و فقط اگر $m(t)$ صعودی (نزولی) باشد.

کلاس توزیع‌های با میانگین عمر باقیمانده صعودی (نزولی) را با IMRL (DMRL) نمایش می‌دهند.

قضیه ۷

$$F \in IFR\ (DFR) \implies F \in DMRL\ (IMRL)$$ اگر

از این قضیه نتیجه می‌شود که اگر سیستم دچار سالخوردگی (سالخوردگی منفی) شود آنگاه میانگین عمر باقیمانده‌ی آن با گذشت زمان کمتر (بیشتر) می‌شود.