

$$\begin{aligned} & \langle \alpha | \alpha \rangle \xrightarrow{\text{باربته}} \pi | \alpha \rangle \\ & \langle n' | \alpha \rangle = \psi_{\alpha}(n') \xrightarrow{\text{باربته}} ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle n' | \pi | \alpha \rangle &= \int dn'' \langle n' | \pi | n'' \rangle \langle n'' | \alpha \rangle \\ &= \int dn'' \langle n' | -n'' \rangle \langle n'' | \alpha \rangle \\ &= \int dn'' \delta(n' + n'') \langle n'' | \alpha \rangle \\ &= \langle -n' | \alpha \rangle \\ &= \psi_{\alpha}(-n') \quad (1) \end{aligned}$$

حال، اگر  $|\alpha\rangle$  ویژه‌ت عملگر باربته باشد، از آنجا که ویژه‌ت مقادیر باربته فقط  $\pm 1$  هستند، داریم

$$\pi | \alpha \rangle = \pm | \alpha \rangle \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \Rightarrow \langle n' | \pi | \alpha \rangle &= \langle -n' | \alpha \rangle \\ (2) \Rightarrow \langle n' | \pi | \alpha \rangle &= \pm \langle n' | \alpha \rangle \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{طرف های صیب} \\ \text{یکسان است} \end{array} \rightarrow \langle -n' | \alpha \rangle = \pm \langle n' | \alpha \rangle$$

یا

$$\psi(-n') = \pm \psi(n')$$

$\oplus$  تابع موج تحت باربته زوج است:  $\psi(-n') = \psi(n')$

$\ominus$  تابع موج تحت باربته فرد است:  $\psi(-n') = -\psi(n')$

$\uparrow$  در اینجا،  $|\alpha\rangle$  ویژه‌ت عملگر  $\pi$  زوج شده است.

دیرکت تکانه خطی

پس  $\pi$  و  $P$  دیرکت نیای همزمان ندارند  $\{ \pi, P \} = 0 \rightarrow [P, \pi] \neq 0$

$|P\rangle$  دیرکت  $\pi$  لزوماً نمی باشد.

دیرته تابع تکانه = موج تخت = دیرکت تکانه در فضای  $x$  =  $\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{iP_0 x / \hbar}$

واضح است که در رابطه  $\star$  نمی گنجد یعنی

$\psi(-x') \neq \pm \psi(x')$

دیرکت تکانه زاویه ای مداری

$[L, \pi] = 0 \rightarrow L$  و  $\pi$  دیرکت همزمان دارند

دیرته تابع عملگر تکانه زاویه ای مداری  $Y_{lm}(\theta, \phi)$   $|l, m\rangle$  نشان داده می شود.

در فضاهای کائزین  $\vec{n} \xrightarrow{\pi} -\vec{n} \Rightarrow \begin{cases} x \xrightarrow{\pi} -x \\ y \xrightarrow{\pi} -y \\ z \xrightarrow{\pi} z \end{cases}$

در فضاهای کروی  $\begin{cases} r \xrightarrow{\pi} r \\ \theta \xrightarrow{\pi} \pi - \theta \\ \phi \xrightarrow{\pi} \pi + \phi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R(r) \xrightarrow{\pi} R(r) \\ \cos\theta \xrightarrow{\pi} -\cos\theta \\ e^{im\phi} \xrightarrow{\pi} (-1)^m e^{im\phi} \end{cases}$

حال اثر پارته را بر روی  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  بررسی می کنیم

۱۴۰

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = \frac{(-1)^m}{r^l l!} \sqrt{\frac{r^{2l+1}}{4\pi} \frac{(l+m)!}{(l-m)!}} e^{im\phi} \frac{1}{\sin^m \theta} \frac{d^{l-m}}{d(\cos \theta)^{l-m}} (\sin \theta)^{2l}$$

$$Y_{lm}(\theta, \phi) \xrightarrow{\pi} (-1)^l Y_{lm}(\theta, \phi)$$

$$\Rightarrow \pi Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta, \phi)$$

به هم است که  $Y_{lm}$  در زیر تابع  $\pi$ ،  $L^2$ ،  $L_z$  می باشد.

\* در رابطه  $\langle n, \theta, \phi | n, l, m \rangle = \Psi_{nl}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$  پس تابع موج کامل

$$\Psi(-\vec{x}') = \pm \Psi(\vec{x}') \quad \text{می باشد یعنی}$$

حال به رفتار در زیر تابع انرژی تحت بارینه می پردازیم.

ابتدا یک مقیسه را مطرح می‌کنیم

مقیسه: فرض کنید  $[H, \pi] = 0$  باشد و  $|n\rangle$  ویرانه‌کتاب غیرتبه‌گن هاسیلبرگ

یا ویرانه‌کتاب مقدار انرژی  $E_n$  باشد یعنی  $H|n\rangle = E_n|n\rangle$

در این صورت  $|n\rangle$  ویرانه‌کتاب پارته هم می‌باشد.

اثبات:

کتاب حالت  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle$  را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \pi \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle \right] &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi \pm \pi^2)|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi \pm 1)|n\rangle = \\ &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle = \pm \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle \right] \end{aligned}$$

از رابطه فوق معلوم شده است که کتاب حالت  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle$  ویرانه‌کتاب  $\pi$  است.

$$\begin{aligned} H \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle \right] &= \frac{1}{\sqrt{2}}(H \pm H\pi)|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(H \pm \pi H)|n\rangle = \\ &= E_n \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle \end{aligned}$$

از رابطه فوق معلوم می‌شود که کتاب حالت  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle$  ویرانه‌کتاب هاسیلبرگ نیز می‌باشد.

با توجه به فرض غیرتبه‌گن بودن ویرانه‌تهای انرژی در مقیسه و با توجه به اینکه  $|n\rangle$  و

$\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle$  هر دو غیرتبه‌گن مقدار انرژی یک  $E_n$  می‌شوند باید چنین در نظر

گرفت که  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \pi)|n\rangle \propto |n\rangle$

از آنجکه برای جبرک از بروز تپگی طبق فرض مقینه باید

$$\langle n | \langle n \rangle \frac{1}{\tau} (1 \pm \pi) | n \rangle$$

هر دو بیانند یک حالت فیزیکی باشند

پس باید با هم متناسب باشند.

$$\frac{1}{\tau} (1 \pm \pi) | n \rangle \propto | n \rangle$$

چون که سمت چپ و تریکت پارینه است، پس  $| n \rangle$  نیز در تریکت پارینه می شود.

سؤال: نوشتن همافکن ساده

در تریکت پارینه نوشتن همافکن ساده، تپگی نیستند و برای هر  $| n \rangle$  مسطح  $E_n$

همچرا وجود دارد پس در مقینه فوق می لند

نوشتن همافکن ساده

$$H = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

$$[\pi, x^2] = 0, [\pi, P^2] = 0 \rightarrow [\pi, H] = 0$$

$$H | n \rangle = E_n | n \rangle, n = 0, 1, 2, 3, \dots \rightarrow | n \rangle \text{ هائیر تپگی}$$

با توجه به وجود شرایط موجود در مقینه، در تریکت پارینه نوشتن همافکن ساده باید در تریکت پارینه نیز باشند.

$$\langle n' | 0 \rangle = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{\alpha_0}} e^{-\frac{x'^2}{2\alpha_0}} \rightarrow \text{تخت پارینه زوج}$$

$$\langle n' | 1 \rangle \propto x' e^{-\frac{x'^2}{2\alpha_0}} \rightarrow \text{تخت پارینه فرد}$$

ص ۱۹

$$\langle n' | n \rangle = \frac{1}{\sqrt{n! r^n}} \frac{1}{x_0^{n+1/2}} \left( x' - x_0 \frac{\partial}{\partial x'} \right)^n e^{-\frac{x'^2}{2x_0^2}}$$

$$\langle n' | n \rangle \xrightarrow{\pi} (-1)^n \langle n' | n \rangle$$

پارته حالت  $n$  ام } زوج است، برای  $n$  زوج  
فرد است، برای  $n$  فرد

$$H = \frac{P^r}{2m} + V(r) = \frac{P^r}{2m} - \frac{ke^r}{r} \quad \text{مثال: اتم هیدروژن}$$

$$[H, P^r] = 0, [H, r] = 0 \rightarrow [H, \pi] = 0$$

با وجود آنکه در اتم هیدروژن، شرط  $[H, \pi] = 0$  برقرار است، ولی ویژه توابع

اتم هیدروژن لزوماً ویژه توابع پارتیه نیستند

حالت پایه اتم هیدروژن  $n=1, l=0, m=0 \rightarrow$   $\langle 0, 0, 1 |$   $\rightarrow$  اربیتال  $S \rightarrow$  پارتیه زوج است

حالت پایه اتم هیدروژن ویژه حالت پارتیه است.

حالت برانگیخته  $n=2 \left\{ \begin{array}{l} l=0, m=0 \\ l=1, m=0, \pm 1 \end{array} \right\} \rightarrow$  توابع کل ترکیب خطی از اربیتال  $S, P$  است

۲۵ و ۲۶ هر کدام به تنهایی ویژه تابع پارتیه هستند اما ترکیب خطی آنها ویژه تابع پارتیه نمی باشد.

ص ۲۰

$$H = \frac{P^2}{2m}$$

مثال - ذره آزاد

Since  $[\pi, P^2] = 0 \rightarrow [\pi, H] = 0 \rightarrow$  انابه دلیل وجود  
تجزیه برای

در ویژه حالت  $\langle P \rangle$  و  $\langle 1-P \rangle$  ویژه مقدار انرژی یکسان  $E = \frac{P^2}{2m}$  ، ویژه توابع

$\langle n|P \rangle$  و  $\langle n|1-P \rangle$  ویژه توابع یارسته هم هستند.

$$\left. \begin{aligned} \langle n|P \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipn}{\hbar}} \rightarrow E = \frac{P^2}{2m} \\ \langle n|1-P \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-\frac{ipn}{\hbar}} \rightarrow E = \frac{P^2}{2m} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \checkmark \\ \text{تجزیه} \\ \text{مستند} \end{array} \rightarrow \Psi(n) \neq \pm \Psi(n)$$

\* اما می توان ترکیب خطی از آنها بصورت  $\cos \frac{Pn}{\hbar}$  و  $\sin \frac{Pn}{\hbar}$  ساخت

که هم جواب هامیلتونی هستند و هم ویژه تابع یارسته هستند.

دو تیره حالت پاریته را به صورت  $\langle \alpha | \beta \rangle$  در نظر بگیریم:

$$\pi |\alpha\rangle = \epsilon_\alpha |\alpha\rangle$$

$$\pi |\beta\rangle = \epsilon_\beta |\beta\rangle$$

از آنجا که  $\langle \alpha | \beta \rangle$  دیرگتهای پاریته هستند، می دانیم  $\epsilon_{\alpha,\beta} = \pm 1$  می تواند باشد.

$$\langle \beta | \pi | \alpha \rangle = \langle \beta | \overset{+}{\pi} \pi \overset{-}{\pi} | \alpha \rangle$$

$$= \langle \beta | \pi^+ \cdot \underbrace{\pi \pi}_{-1} \cdot \pi^- | \alpha \rangle = -\epsilon_\alpha \epsilon_\beta \langle \beta | \pi | \alpha \rangle$$

اگر بخواهیم  $\langle \beta | \pi | \alpha \rangle \neq 0$ ، لازم است که برای برقراری تساوی

$$\langle \beta | \pi | \alpha \rangle = -\epsilon_\alpha \epsilon_\beta \langle \beta | \pi | \alpha \rangle$$

$$\text{داشته باشیم } -1 = \epsilon_\alpha \epsilon_\beta$$

$$\text{به عبارت دیگر، } \epsilon_\alpha = -\epsilon_\beta$$

یعنی  $\pi$  که دارای پاریته فرد است، حالتی با پاریته مخالف را به هم وصل می کند.

یعنی برای غیر صفر شدن عبارت  $\langle \beta | \pi | \alpha \rangle$ ،  $\langle \alpha | \beta \rangle$  باید دارای پاریته مخالف هم باشند.



ممکن است اگر  $[H, \pi] = 0$  باشد، آنگاه ویژه‌های غیر تباه نمی‌توانند گساور دو قطبی انرژی دائم داشته باشند.

$$\begin{aligned} \langle n | x | n \rangle &= \langle n | \pi^\dagger \pi x \pi^\dagger \pi | n \rangle = \langle n | \pi^\dagger (x) \pi | n \rangle \\ &= - \langle n | \pi^\dagger x \pi | n \rangle \end{aligned}$$

$$\langle n | x | n \rangle = - \langle n | x | n \rangle$$

↓

$$\langle n | x | n \rangle = 0$$

پس گساور دو قطبی انرژی دائم وجود ندارد.

اما، حالت‌های تباه می‌توانند گساور دو قطبی انرژی ایجاد کنند.