

نظریه‌ی گراف و کاربرد ها

فصل اول

Subject :

Date _____

تقریب گراف و کاربردھا

مرجع : تقریب گراف و کاربردھا (در مهندسی و علوم کامپیوتر)، جلد اول،
مترجمان : جناب دکتر شکرہ و خانم اسدی

فصل اول

Subject

گراف چیست؟ هر مجموعه‌ای از اشیا همراه با رابط‌های که برای آن تعریف می‌شود یک گراف تشکیل می‌دهد.

مثال: اشیاها به عنوان اشیا و رابط بین آن‌ها هم‌پس بودن - اشیاها (اشخاص) اشیا، رابط: از بد صحن بودن

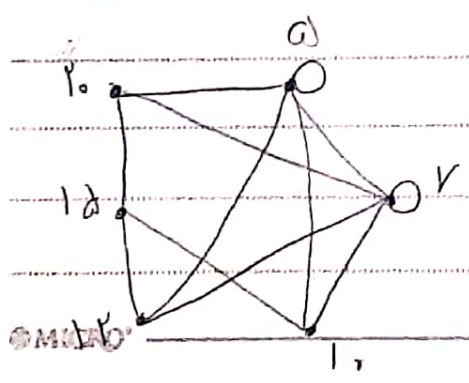
اشیا و درخت‌ها
رابطه: محصولات هم‌خانواده داشتن


اشیا: کارخانه‌ها
رابطه: از بد صحن محصول تولید کردن

اشیا: اعداد
رابطه: عدد دو نسبت به یک هم نسبت باشند

اشیا: گروه‌ها در مغز انسان
رابطه: مویرک‌هایی که این گروه‌ها را به هم ارتباط می‌دهد.

نه جرات می‌توان گفت یکی از بهترین ابزار در مطالعه مسائل فیزیکی، اجتماعی، مهندسی، پزشکی، گراف است.



گراف مسطح: گرافی که یال‌ها فقط در انتهای خود را قطع می‌کنند.  و یال‌ها مسطح است

Date _____

Subject :

Graph: بنابراین نهاد گراف به صورت G است. استاد گراف به ما، رأس در

تقر گرفته می‌شود.

Vertex: رأس v برای نمایش رأسها را با مجموعه‌ای از اسباب.

رایجی که بین صورت رأس وجود دارد را یال می‌نامند.

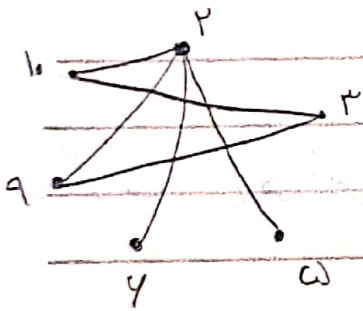
Edge: یال E را برای نمایش مجموعه یال‌ها بکار می‌برند.

$G = (V, E)$ نمایش گراف با مجموعه رأس V و مجموعه یال E است.

مثال: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$ و رایج: نوعی در V ارتباط دارند هرگاه یکی از دو برابر

دو تری برابر باشد. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$

* ~~خف در نمایش گراف فقط یک یال است~~



بلکه! یال را یک باره خف نیست که تعدادی برای نشان دادن

کن را هم است.

مثال: رأس $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$ رایج: نوعی ما هم ارتباط دارند هرگاه صورت

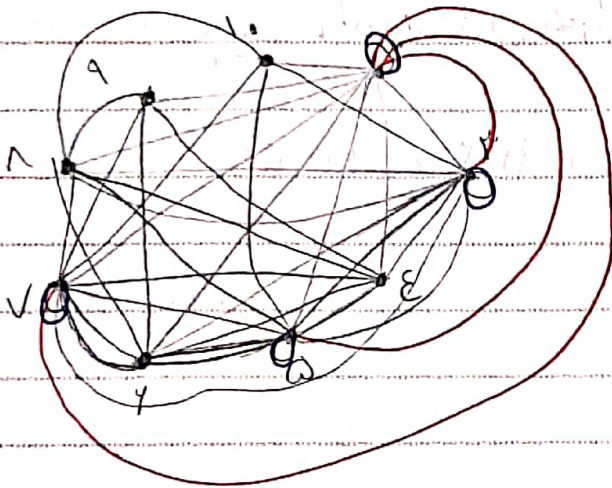
باشد یا یک فرد و دیگری زوج باشد.

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$

ارام صفی‌ن

مثال ۵: $\{2, 3, 4, 5, \dots, 10\}$ را به هم ارتباط دارند هرگاه یکی مقرب دیگری باشد یا هر دو اول باشند یا یکی فرد و دیگری زوج باشد

- و $\{2, 9\}$ $\{2, 7\}$ $\{2, 5\}$ $\{2, 3\}$ $\{2, 10\}$ $\{2, 8\}$ $\{2, 6\}$ $\{2, 4\}$ $\{3, 9\}$ $\{3, 7\}$ $\{3, 5\}$ $\{3, 10\}$ $\{3, 8\}$ $\{3, 6\}$ $\{3, 4\}$ $\{4, 9\}$ $\{4, 7\}$ $\{4, 5\}$ $\{4, 10\}$ $\{4, 8\}$ $\{4, 6\}$ $\{4, 3\}$ $\{5, 9\}$ $\{5, 7\}$ $\{5, 10\}$ $\{5, 8\}$ $\{5, 6\}$ $\{5, 4\}$ $\{6, 9\}$ $\{6, 7\}$ $\{6, 10\}$ $\{6, 8\}$ $\{6, 3\}$ $\{7, 9\}$ $\{7, 10\}$ $\{7, 8\}$ $\{7, 4\}$ $\{8, 9\}$ $\{8, 10\}$ $\{8, 3\}$ $\{9, 10\}$ $\{10, 3\}$ $\{10, 4\}$ $\{10, 5\}$ $\{10, 6\}$ $\{10, 7\}$ $\{10, 8\}$



تعاریف:

+ اگر یک یا دو رأس آن برهم منطبق باشند آن را یک طوقه (خود طوقه) گوئیم.

مثال: $\{2, 2\} - \{3, 3\}$

+ اگر بین دو رأس بر اساس رابطه تعریف شده بیش از یک یال موجود باشد به آن

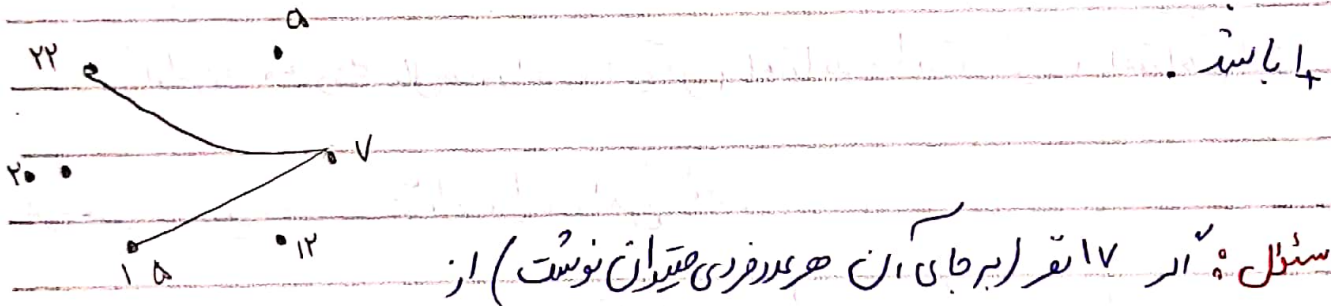
یال ها، یا لهای موازی گوئیم.

+ به ترفی که در آن یال های موازی یا طوقه وجود داشته باشد به آن ترف ، ترف خندمان می گویند.

+ الترفی یال های خندمانه (موازی) و طوقه نداشته باشد آن را ترف ساده گویند. (غیر بین هر دو رأس فقط یک یال وجود دارد)

مثال : { مدیات ، سفین جات } = ۷ ، رابطه : نوشتن با هم رابطه دارند حرفه محصولات آن ها هم خانواده نباشد. (صدیق است ترف حاصل یک ترف ساده است. زیرا هر دو ترف با هم دو ترف یا خندمانه یا خنزه رابطه ندارند و یال خندمانه (موازی) ندارند.)

مثال : { ۲۲، ۲۰، ۲، ۱۲، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۷ } = ۷ ، رابطه : دو عدد رابطه دارند حرفه یال ضرب دیگری



دوستان دانشجو صورت زیر را درخواهند نمود بنویسید خندمانه خول می نشاند تا خولم از این دوستان هر روز کنار دو دوست جدید بنویسید و هر کدام تنها یکبار کنار دوستان نشسته

باشد ؟ ۸ روز خول می نشاند $(8 \times 2) = 16$ + 1 = 17

MICRO
تولیدی نابیرنگ
خودرست جدید بنویسید

گراف های متناهی و گراف های نامتناهی :

مسئله های که تاکنون ارائه داریم گراف های متناهی بودند. بدینسان از گراف به اشیاء (نمونه) و یال های آن متناهی است.

$\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$ مجموعه اعداد صحیح مثبت ، رابطه \circ خود رابطه دارند هرگاه یکی

مضرب دیگری باشد. $V = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$E = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4), (6,4), (4,6), \dots\}$

$E = \{(2,2)\}$ $V = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ مثال

نوشتنی نامهم رابطه دارند هرگاه هر دو اول \circ رابطه

ناباشد

تعریف: گرافی به مجموعه یال ها در آن نامتناهی باشد گراف نامتناهی گفته

می شود. هر چند این صورت گراف را متناهی گوئیم

گراف متناهی اگر گرافی است که هم یال های آن هم رأس های آن متناهی است.

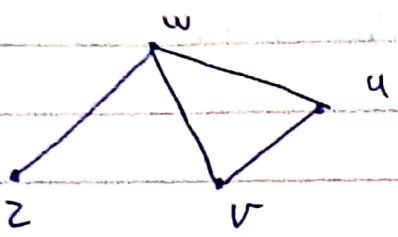
اگر $G = (V, E)$ گراف باشد آن گاه در هر رأس در G تعداد یال هایی

است با آن رأس برخورد دارند.

اگر $v \in V$ یک رأس باشد درجه رأس v (با نماد $d_G(v)$ یا $\deg(v)$)

می نامند .

مثال :



$\deg v = 2$ $d_G(u) = 2$
 $d(v) = 2$
 $d_G(z) = 1$ $d_G(w) = 3$

مثال :



$d(v) = 4$

چون هر یال n تایی درجه 2 را چون دور n با n استیک دارند

سؤال : چرا تعداد رئوس n در n درجه 2 در n طرف متناهی همواره زوج است ؟

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$$

$\sum_{d(v)} d(v) + \sum_{d(v)} d(v) = 2|E|$

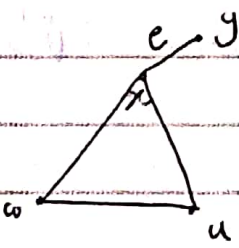
چون مجموع تعداد رئوس از اعداد فرد فرد است

پس تعداد رئوس n در n درجه 2 حتما $\sum d(v)$ باید زوج باشد
 رأس n ها : رأسی که از درجه 2 (زوج) باشد این را رأس n ها می نامند

رأس n و n : رأسی که از درجه 1 باشد (رأس n و n = فرد)

کلاف زوج : رئوس که فقط از رأس n ها تشکیل شده باشند یعنی یال n داشته باشند

گراف زوج می نامند .



گراف n ها : رئوس n که یال n داشته باشند و n رأس

یال n و n : به یالی که حداقل یک رأس n آن از درجه 1 باشد

مضرب n و n : n باشد

n : یال n و n است
 n : یک رأس n تنها است
 n : یک رأس n تنها است