به نام آنکه جان را فکرت آموخت

دانشگاه مازندران
دانشکده فنی و مهندسی- گروه عمران-گرایش مکانیک خاک وپی

موضوع درس:

# مکانیک خاک(Soil Mechanics)

مدرس: علی عسگری (Ali Asgari)

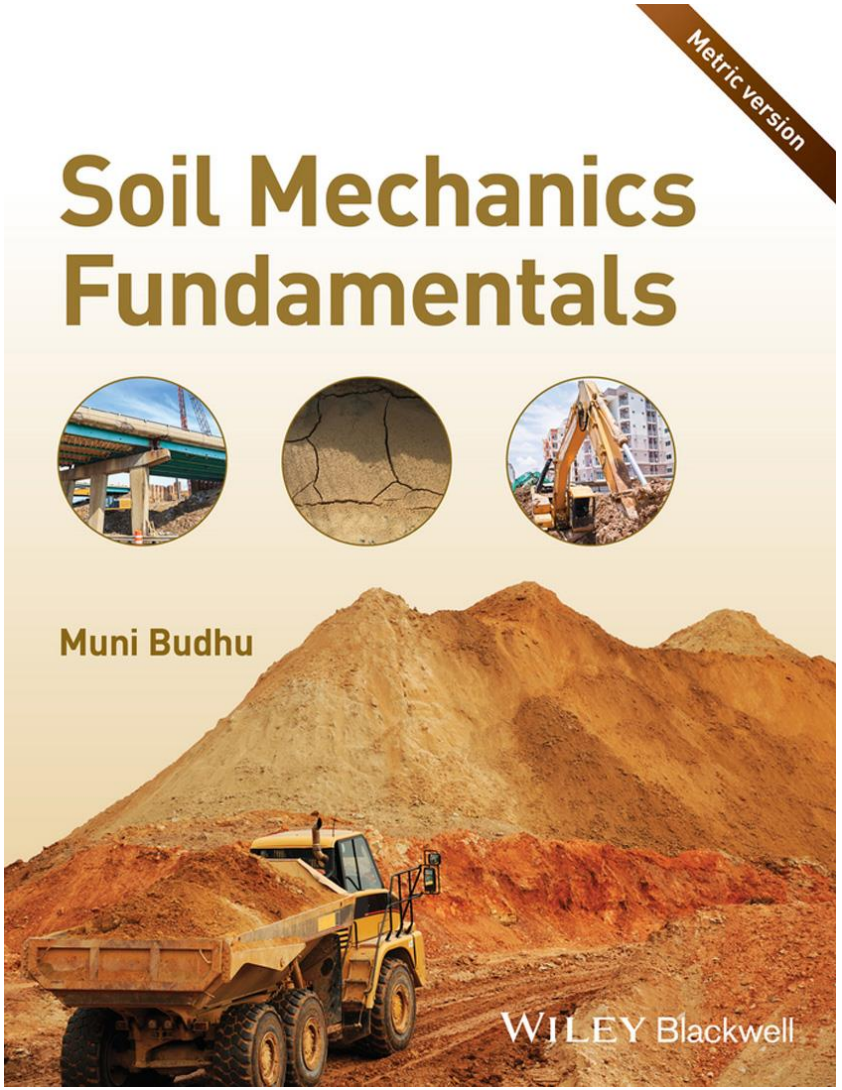
نیمسال اول تحصیلی ۹۶-۹۵

# مراجع مهم مکانیک خاک (Soil Mechanics)


- Braja M. Das, *Principles of Geotechnical Engineerig*, Seventh Edition, Cengage Learning, 2011.

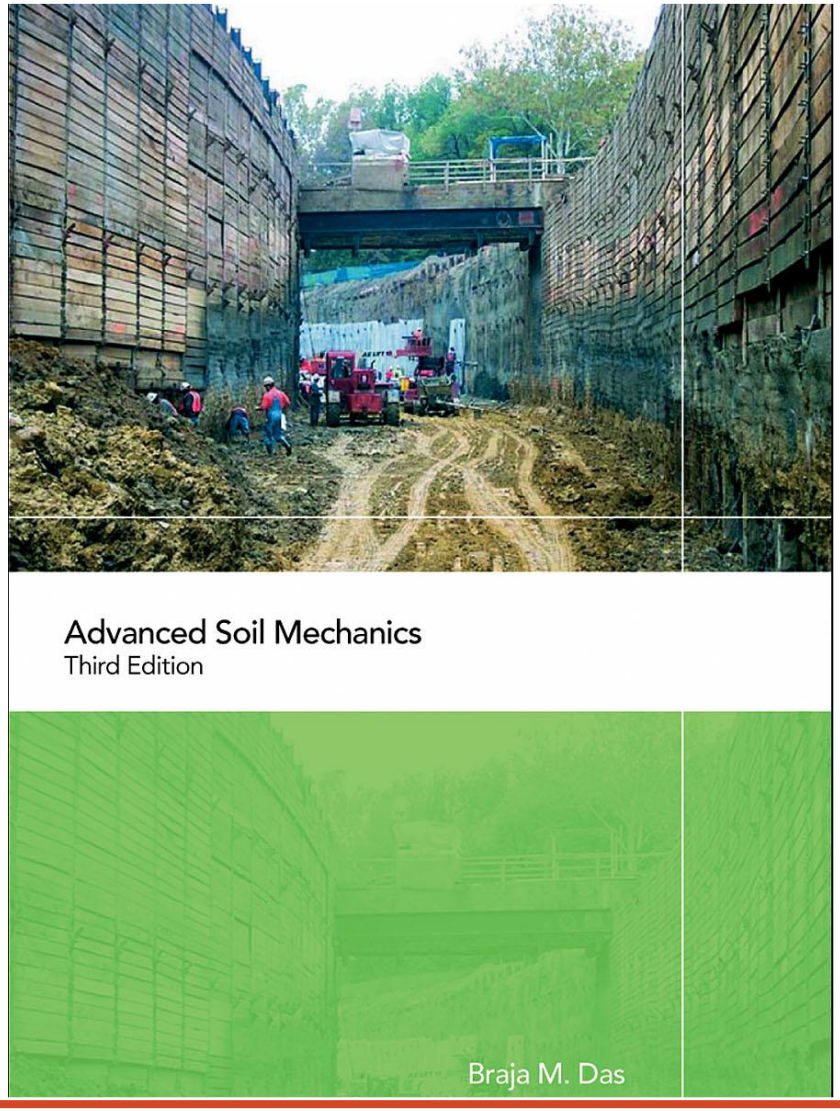
- Muni Budhu , *Soil Mechanics and Foundations*, Third Edition, 2010.

- Braja M. Das, Advanced Soil Mechanics, Third Edition, *Taylor & Francis Group*, 2008.

# مراجع مهم مکانیک خاک (Soil Mechanics)


- Braja M. Das, *Principles of Geotechnical Engineerig*, Seventh Edition, Cengage Learning, 2011.
- Muni Budhu , *Soil Mechanics and Foundations*, Third Edition, 2010.
- Braja M. Das, Advanced Soil Mechanics, Third Edition, *Taylor & Francis Group*, 2008.
- Kramer, Steven L. *Geotechnical earthquake engineering*. Pearson Education India, 1996.
- Verruijt, Arnold. *An introduction to soil dynamics*. Vol. 24. Springer Science & Business Media, 2009.

# مراجع مهم مکانیک خاک (Soil Mechanics)

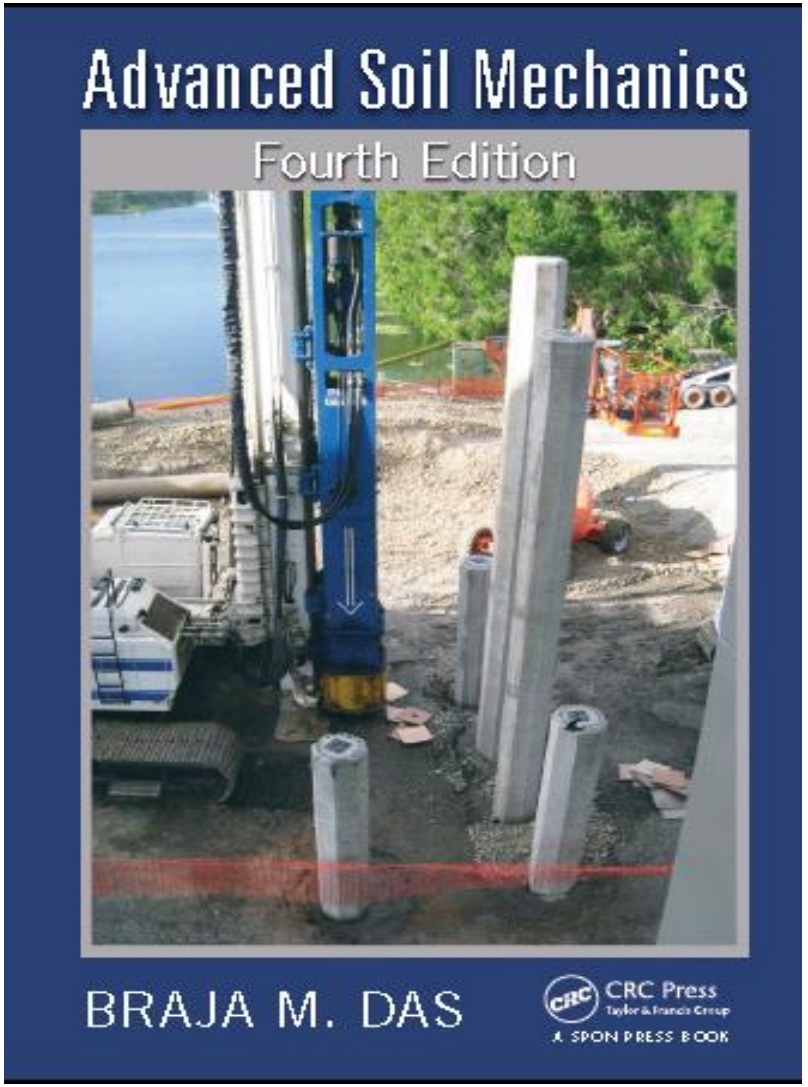

- Braja M. Das, *Principles of Geotechnical Engineerig*, Seventh Edition, Cengage Learning, 2011.

- Muni Budhu , *Soil Mechanics and Foundations*, Third Edition, 2010.

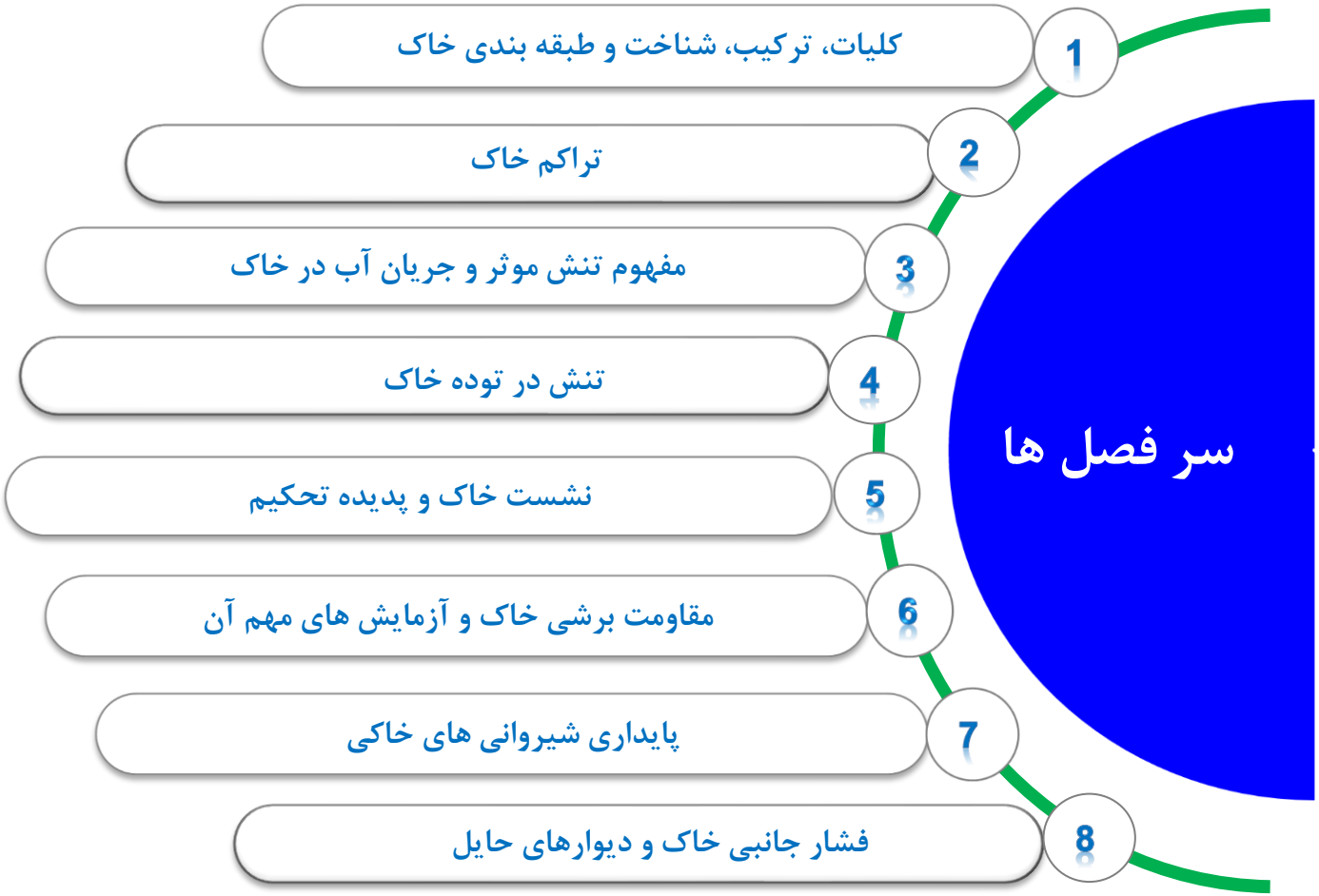
- Braja M. Das, Advanced Soil Mechanics, Third Edition, *Taylor & Francis Group*, 2008.

- Kramer, Steven L. *Geotechnical earthquake engineering*. Pearson Education India, 1996.

- Verruijt, Arnold. *An introduction to soil dynamics*. Vol. 24. Springer Science & Business Media, 2009.

# مکانیک خاک (Soil Mechanics)



# نشست خاک و پدیده تحکیم

## مقدمه و نشست آنی

بطور کلی نشست خاک بر دو نوع است : ۱- نشست الاستیک یا کشسانی ۲- نشست تحکیم (تحکیم اولیه و ثانویه

$$S = S_e + S_c = S_e + S_{cp} + S_{cs}$$

**نشست آنی:** نشست ناشی از سربار در زمان بسیار کوتاه که معمولا با استفاده از روابط الاستیک تعیین می شود را نشست آنی می گویند(زمان کوتاه حدودا ۱۰ روز است). در اینجا روابط به نشست چند حالت خاصی از شالوده محدود پرداخته می شود.

**حالت اول:**

**الف)** نشست در گوشه شالوده انعطاف پذیر مستطیلی شکل

$$(S_e)_e = \frac{Bq_0}{E_s}(1-\upsilon^2)\frac{\alpha}{2}$$

**ب)** نشست در مرکز شالوده انعطاف پذیر مستطیلی شکل

$$(S_e)_c = \frac{Bq_0}{E_s}(1-\upsilon^2)\alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi}\left\{\ln\left(\frac{\sqrt{1+m^2}+m}{\sqrt{1+m^2}-m}\right)+m\ln\left(\frac{\sqrt{1+m^2}+1}{\sqrt{1+m^2}-1}\right)\right\},\ m=\frac{B}{L}$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## مقدمه و نشست آنی

**حالت دوم:**

**الف)** نشست در گوشه شالوده انعطاف پذیر دایره ای شکل

$$(S_e)_e = 0.64\frac{q_0 D}{E_s}\left(1-\upsilon^2\right)$$

**ب)** نشست در مرکز شالوده انعطاف پذیر دایره ای شکل

$$(S_e)_c = \frac{q_0 D}{E_s}\left(1-\upsilon^2\right)$$

**نکته:** اگر شالوه صلب باشد در هر دو حالت برابر است با:

$$S_e = 0.93(S_e)_{av} = 0.93\times 0.85(S_e)_c$$

**نکته:** نشست در طول و عرض چه در مرکز و چه در گوشه شالوه صلب همواره یکسان است.

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## نشست تحکیم

### نشست تحکیم (Consolidation):

نشست خاک اشباع که ناشی از تغییر حجم خاک به علت رانده شدن آب های موجود در حفرات ایت را نشست تحکیمی می گویند که معمولا در خاکهای ریزدانه (رسی) مطرح است.
پدیده تحکیم ابتدا توسط ترزاقی مطرح گردیدو یک پدیده خاص و ویژه در خاک های ریزدانه است.

**نکته:** نشست خاک ناشی از خروج هوا را تراکم (نشست آنی) و نشست ناشی از خروج آب را تحکیم می گویند.

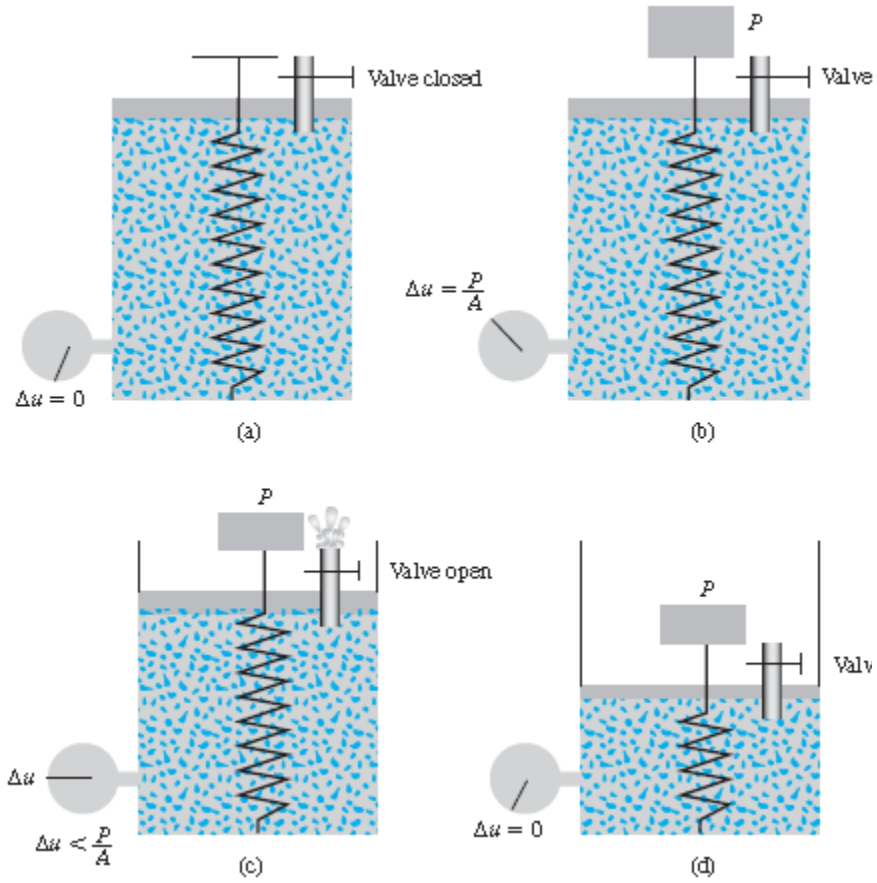
**نکته بعدی:** نشست تحکیمی که ناشی از خروج آب می باشد وابستگی زیادی به ضریب نفوذپذیری خاک دارد. هر چه نفوذپذیری کمتر باش آب با سرعت کمتر خارج می شود که نتیجتا نشست خاک با نفوذپذیری پایین ممکن است با گذشت زمان طولانی (سال ها) طول بکشد.


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تفهیم پدیده تحکیم

$$\Delta u = \frac{P}{A}$$



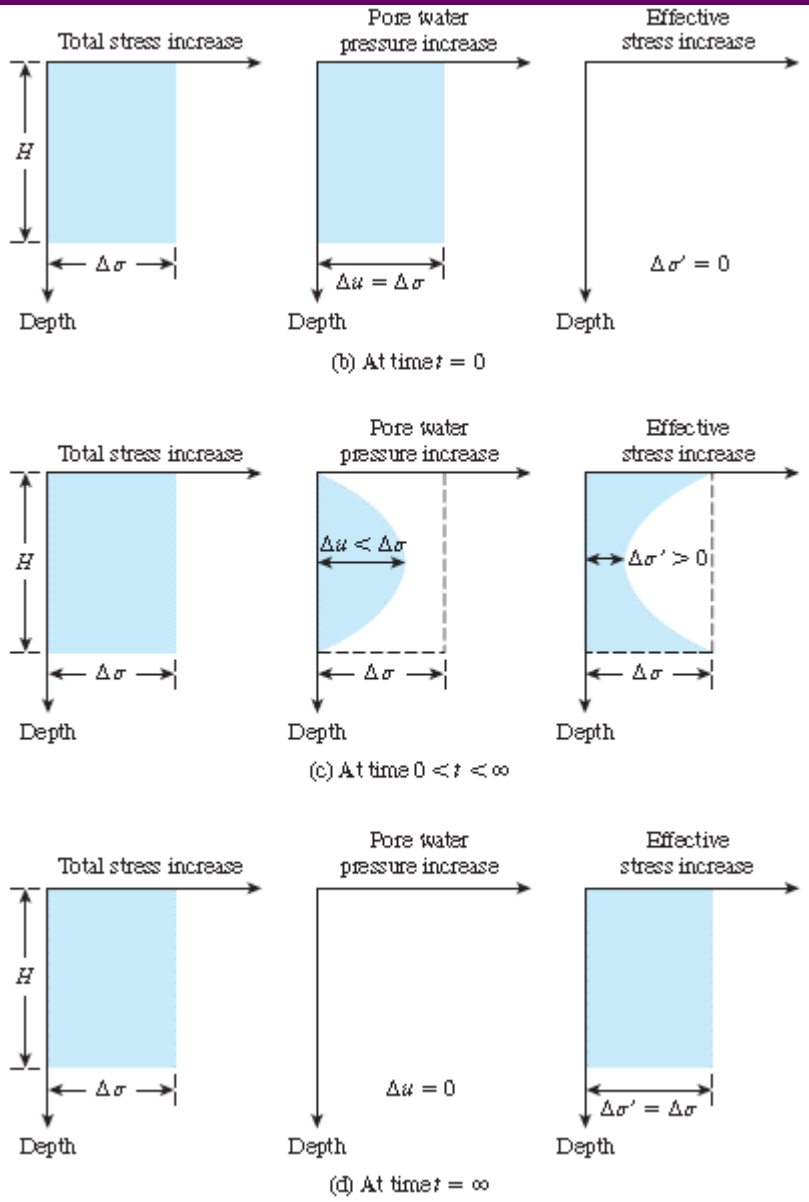

### تفهیم پدیده تحکیم (Consolidation):

یک ظرف پر از آب که با یک پیستون و فنری بین آن محدود شده است را در نظر بگیرید. همچنین جهت خروج شیر آب در روی پیستون تعبیه شده است.

اگر نیروی $P$ را به پیستون وارد کنیم بخاطر تراکم ناپذیر بودن آب تمام تنش ها را در لحظه $t=0$ می گیرد و به فنر (دانه های خاک) هیچ تنش یا نیروی وارد نمی شود. اگر شیر را کمی باز کنیم، آب خارج می شود و نیروی وارده به پیستون به تدریج از آب کاسته و به فنر وارد می شود. تا جائیکه کل تنش به فنر وارد می شود و فشار بر آب تقریبا صفر می شود. زمان انتقال تنش از آب به فنر بستگی به میزان خروج آب دارد، بعبارتی دیگر شیر چه اندازه باز (نفوذپذیری) است.


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

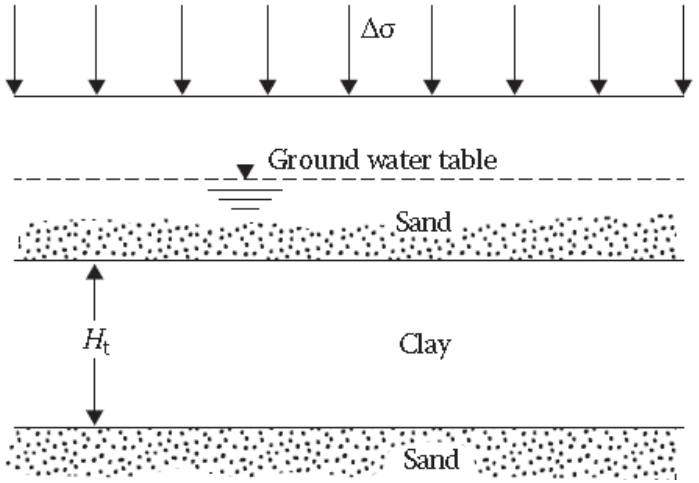
# نشست خاک و پدیده تحکیم




## تفهیم پدیده تحکیم

### تفهیم پدیده تحکیم (Consolidation):

اگر در خاکهای رسی اشباع تنشی به آن وارد شود، آنگاه کل تنش ابتدا به آب وارد می شود و کم کم با خروج آب ، تنش به خاک منتقل می شود.



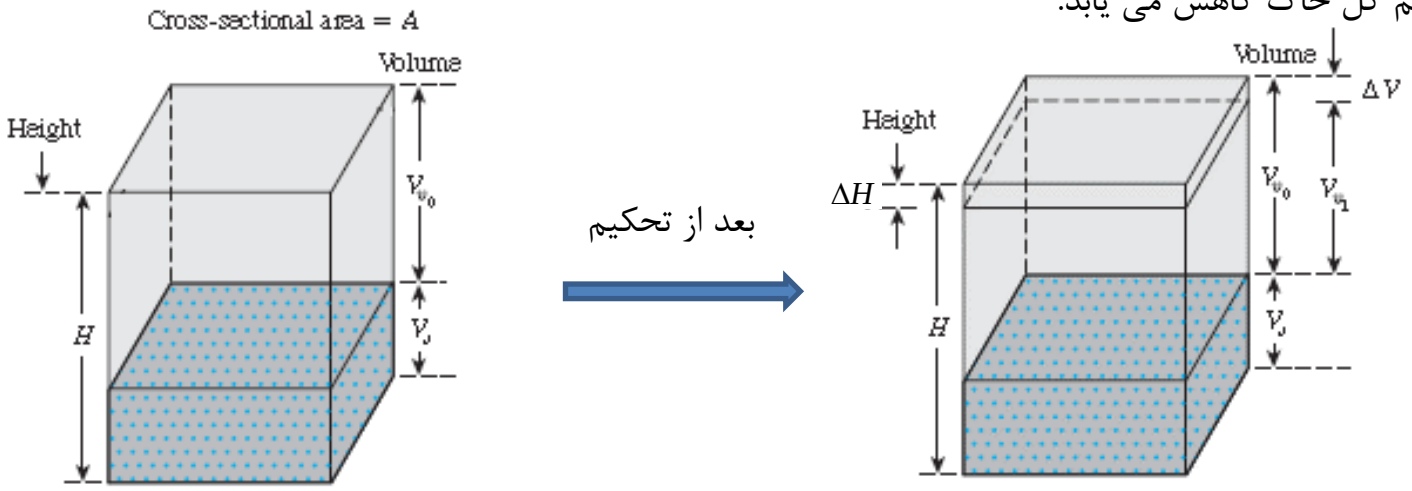


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تغییرات حجمی در عملیات تحکیم

همان طورکه اشاره شد، عملیات تحکیم باعث خروج آب از خاکهای رسی اشباع می شود و در نتیجه ضریب تخلخل و حجم کل خاک کاهش می یابد.




$$e_1 = \frac{V_{v0}}{V_s}, \quad V_0 = V_s + V_{v0}$$

$$\Delta e = e_1 - e_2 = \frac{V_{v0} - V_{v1}}{V_s} = \frac{\Delta V}{V_s} = \frac{\Delta H \times A}{V_s},$$

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta H \times \frac{A}{V_s}}{H \times \frac{A}{V_s}} = \frac{\Delta e}{1+e_1}$$

$$e_2 = \frac{V_{v1}}{V_s}, \quad V_1 = V_s + V_{v1} = (H - \Delta H)A$$

نشست

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta e}{1+e_1}$$

ارتفاع اولیه

ضریب تخلخل اولیه

ضریب تخلخل در پایان تحکیم

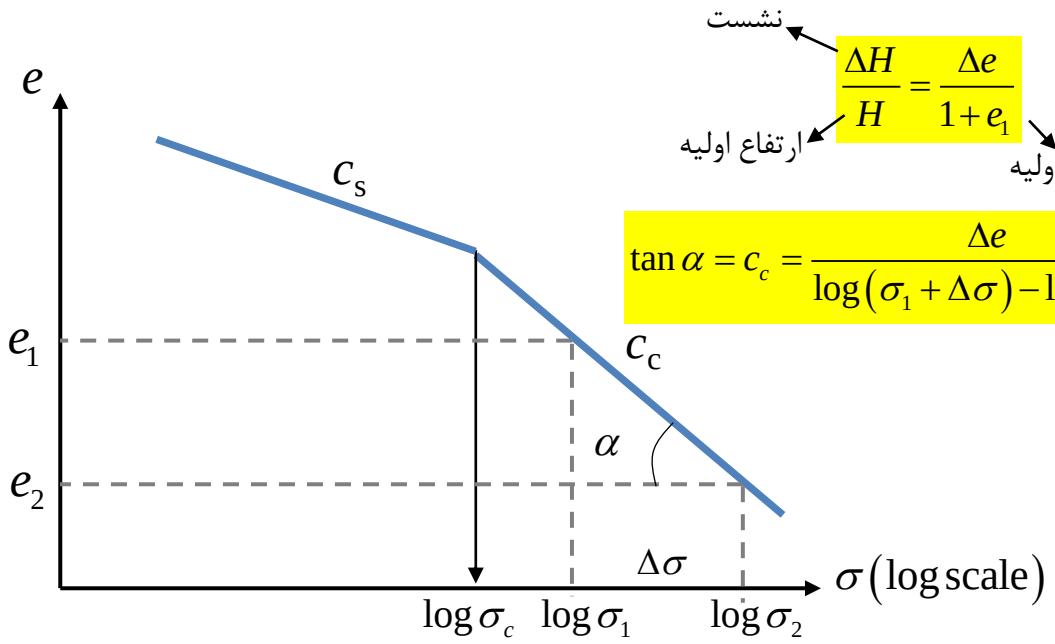
$e_2 = \omega_1 G_s$ → چگالی نسبی خاک

درصد رطوبت در پایان تحکیم

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## نشست در عملیات تحکیم

آنچه مسلم است با یا تنش باعث ایجاد تحکیم می شود. اگر نمودار تنش و تغییرات ضریب تخلخل را رسم کنیم بصورت یک منحنی اکیدا نزولی در می آید و اگر تغییرات تنش را در مقیاس لگاریتمی و ضریب تخلخل را در مقیاس معمولی رسم کنیم آنگاه نمودار را می توان بصورت دو خط با شیب های مختلف تقریب زد. به شیب خط کمتر ضریب تورم $c_s$ و شیب بیشتر ضریب فشردگی $c_c$ می گویند. این نمودار از آزمایش تحکیم تعیین می شود.




نشست

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta e}{1+e_1}$$

ارتفاع اولیه

ضریب تخلخل اولیه

$$\tan\alpha = c_c = \frac{\Delta e}{\log(\sigma_1+\Delta\sigma)-\log(\sigma_1)} = \frac{\Delta e}{\log\left(\{\sigma_1+\Delta\sigma\}/\sigma_1\right)}$$

$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_1+\Delta\sigma}{\sigma_1}\right)$$

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## برخی از تعاریف و فرمول های مهم

**شاخص یا ضریب فشردگی(Compression Coefficient)**: این شاخص برای محاسبه نشست تحکیمی است که همان شیب نمودار e-logσ است.

$$c_c = \Delta e / \log(\sigma_2/\sigma_1)$$

یک سری رابطه تجربی برای تعیین $c_c$ وجود دارد که برای مسائل کم اهمیت بکار می روند. در اینجا دو تا از این روابط معرفی می شوند:

برای رس دست خورده $c_c = 0.007(\mathrm{LL}-10)$ , برای رس دست نخورده $c_c = 0.009(\mathrm{LL}-10)$

**نشانه یا ضریب تورم (Swelling Coefficient)**: این ضریب برای محاسبه تورم خاکهای رسی بکار گرفته می شود که مقدار آن حدوداً $c_s = \left\{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right\}c_c$ است.

**ضریب قابلیت فشردگی $a_v$ و ضریب قابلیت فشردگی حجمی $m_v$:**

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma'} \qquad m_v = \frac{\Delta H}{H_0 \times \Delta \sigma'} = \frac{\varepsilon_v}{\Delta \sigma'} = \frac{1}{E_c}$$

$$\Delta H = S_c = m_v \Delta \sigma' H_0 \qquad \Delta H = S_c = \int_0^{H_0} m_v \Delta \sigma' dz$$

$E_c$: مدول الاستیک محدود شده

**رابطه بین ضریب قابلیت فشردگی $a_v$ و ضریب قابلیت فشردگی حجمی $m_v$:**

$$m_v = \frac{a_v}{1+e_0}$$ ← ضریب تخلخل اولیه


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## اضافه تنش موثر و تنش موثر اولیه

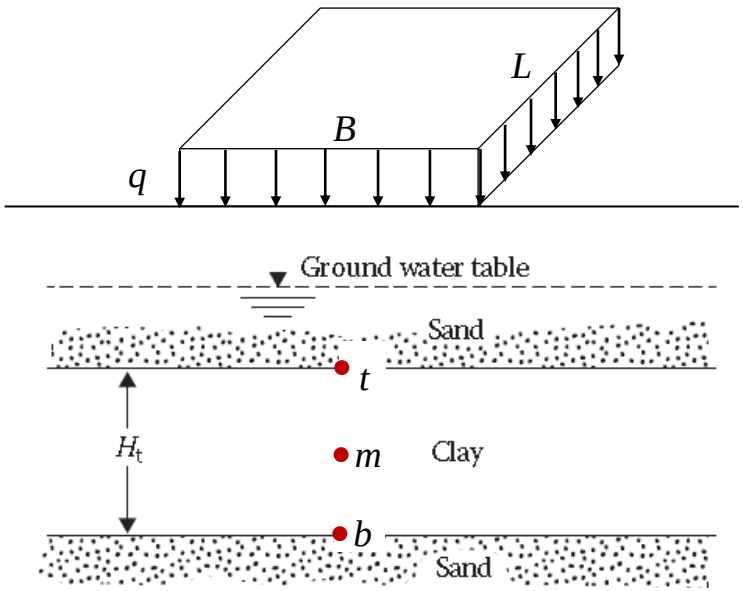
ارتفاع اولیه  تنش موثر اولیه

نشست  تنش موثر اضافی

$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_1+\Delta\sigma}{\sigma_1}\right)$$

ضریب تخلخل اولیه

برای محاسبه اضافه تنش موثر(فصل سوم) و تنش موثر اولیه در فرمول بالا برای یک لایه رسی باید از فرمول زیر استفاده کنیم:

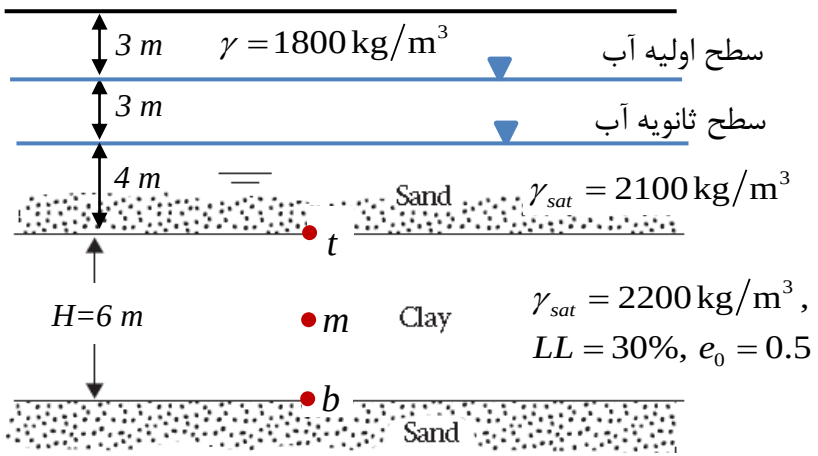



$$\begin{cases}\sigma_1 = \dfrac{\sigma'_{1t}+4\sigma'_{1m}+\sigma'_{1b}}{6}\\ \Delta\sigma = \dfrac{\Delta\sigma'_{t}+4\Delta\sigma'_{m}+\Delta\sigma'_{b}}{6}\end{cases}$$

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

**مثال:** در زمینی بر اثر پمپاژ آب در بلند مدت، سطح آب ۳ متر پایین رفت. مطلوبست تعیین نشست خاک رس؟




تنش موثر اولیه قبل از نزول

تنش موثر اضافی بعد از نزول

$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_0}\log\left(\frac{\sigma_1 + \Delta\sigma}{\sigma_1}\right)$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \dfrac{\sigma'_{1t} + 4\sigma'_{1m} + \sigma'_{1b}}{6} \\ \Delta\sigma = \dfrac{\Delta\sigma'_t + 4\Delta\sigma'_m + \Delta\sigma'_b}{6}, \quad \sigma_2 = \sigma_1 + \Delta\sigma \end{cases}$$

$$c_c = 0.009(\mathrm{LL} - 10) = 0.009(30-10) = 0.18$$

$$\begin{cases} \sigma'_{1t} = 3\times 1800 + 7\times(2100-1000) = 13100\,kg/m^2 \\ \sigma'_{1m} = 13100 + 3\times(2200-1000) = 16700\,kg/m^2 \\ \sigma'_{1m} = 16700 + 3\times(2200-1000) = 20300\,kg/m^2 \\ \sigma_1 = \dfrac{\sigma'_{1t} + 4\sigma'_{1m} + \sigma'_{1b}}{6} = 16700\,kg/m^2 = \sigma'_{1m} \end{cases}$$

$$\sigma_2 = \sigma'_{2m} = 6\times 1800 + 4\times(2100-1000) + 3\times(2200-1000) = 18800\,kg/m^2$$

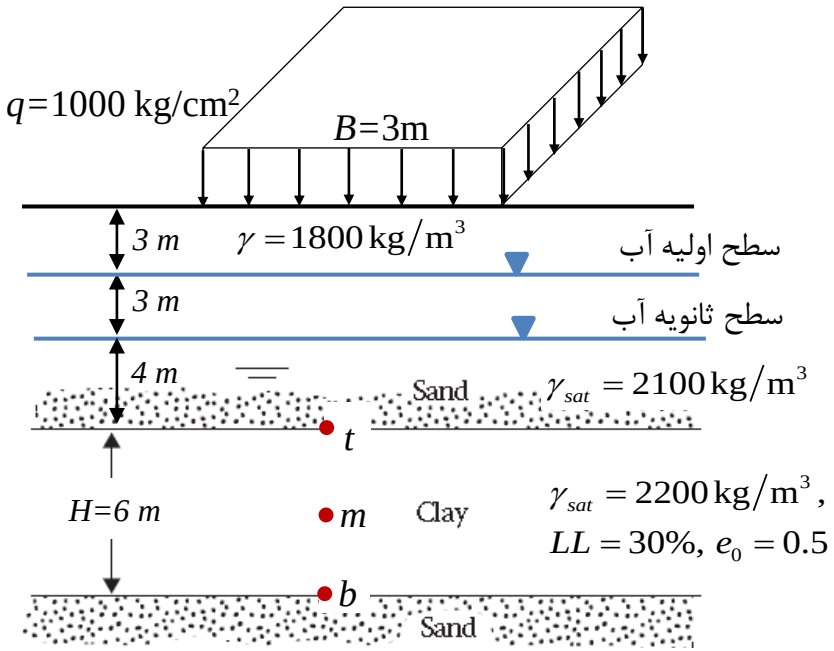
$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_0}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) =$$

$$\frac{0.18\times 6}{1+0.5}\log\left(\frac{18800}{16700}\right) = 0.037m$$

$$\Delta H = S_c = 37\mathrm{mm}$$

# نشست خاک و پدیده تحکیم

**تمرین:** در مثال قبل همزمان با پایین آمدن آب زمینی بر اثر پمپاژ در بلند مدت، بار نواری نامحدوی به عرض ۳ متر وارد می شود. مطلوبست تعیین نشست تحکیمی خاک رس در زیر بار؟





کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## فشار پیش تحکیمی (Pre-consolidation Pressure)

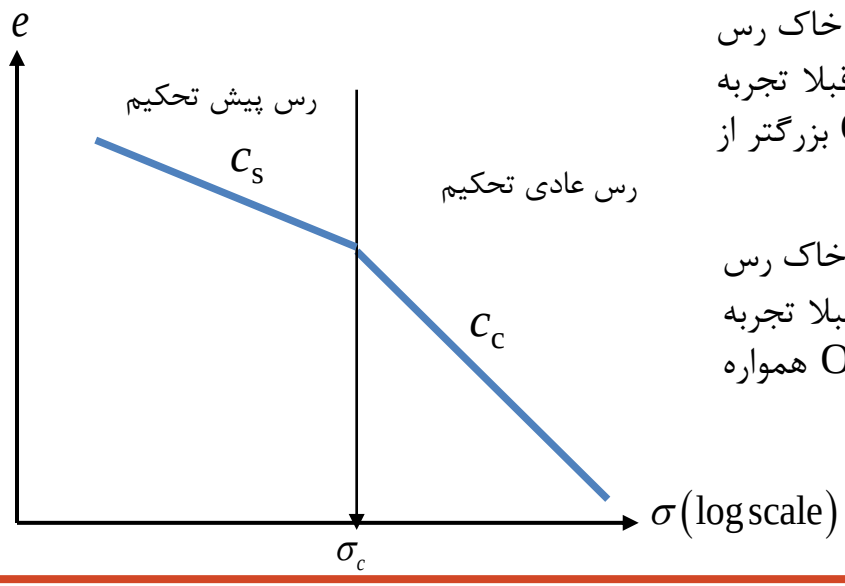
در آزمایش تحکیم وقتی نمودار e-logσ را تعیین می کنیم مشاهده می شود که شیب این نمودار در تنش های پایین، کم است و سپس با افزایش اضافه تنش موثر این شیب افزایش می یابد. محل تغییر شیب را تنش پیش تحکیم($\sigma_c$) می گویند. بعبارت دیگر تنش پیش تحکیمی تنشی است که خاک رس قبلا تحمل کرده است.

**نسبت پیش تحکیم(OCR):** نسبت تنش پیش تحکیم به تنش موثر موجود است که وضعیت خاک رس را در نمودار e-logσ مشخص می کند.

$$\mathbf{OCR} = \frac{\sigma_c}{\sigma}$$

**خاک رس پیش تحکیم:** وقتی تنش وارده به خاک رس کمتر از $\sigma_c$ باشد. بعبارت دیگر تنش موجود را قبلا تجربه کرده باشد خاک رس پیش تحکیم است که OCR بزرگتر از یک است.

**خاک رس عادی تحکیم:** وقتی تنش وارده به خاک رس بیشتر از $\sigma_c$ باشد. بعبارت دیگر تنش موجود را قبلا تجربه نکرده باشد خاک رس عادی تحکیم است که OCR همواره یک است.



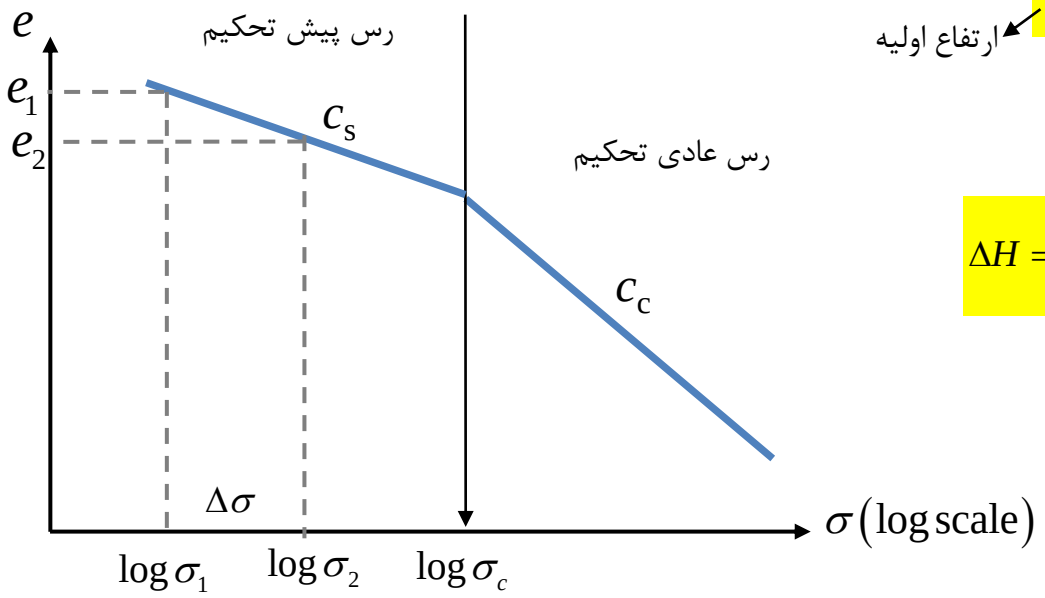
## محاسبه نشست در رس عادی و پیش تحکیم

**حالت اول:** اگر $\sigma_1, \sigma_2 < \sigma_c$ باشد یعنی خاک رس پیش تحکیم است. **OCR > 1**

نشست

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta e}{1+e_1}$$

ارتفاع اولیه — ضریب تخلخل اولیه




$$\Delta H = \frac{c_s H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_1+\Delta\sigma}{\sigma_1}\right)$$

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

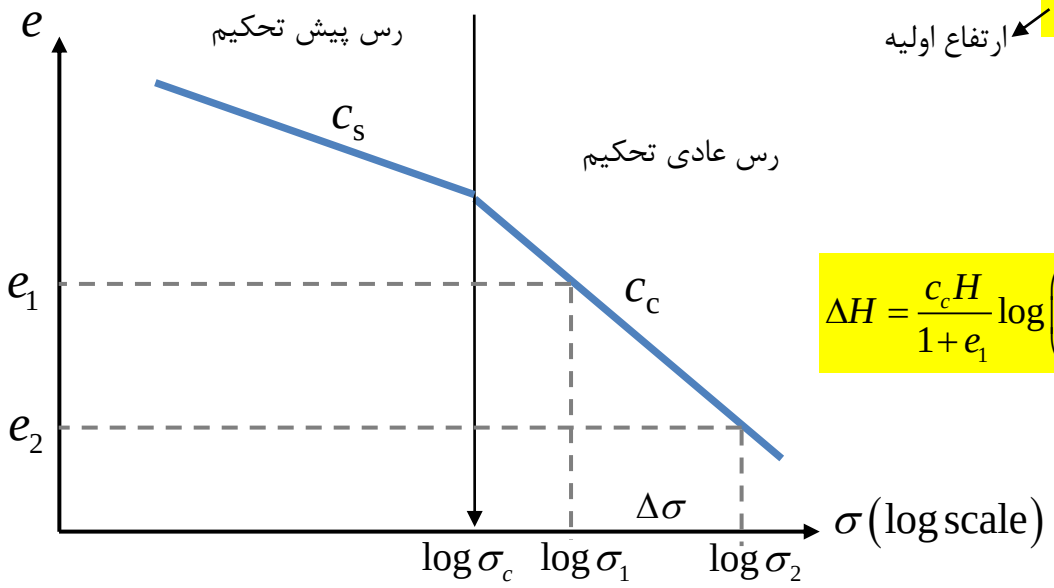
## محاسبه نشست در رس عادی و پیش تحکیم

**حالت دوم:** اگر $\sigma_1, \sigma_2 > \sigma_c$ باشد یعنی خاک رس عادی تحکیم است. **OCR = 1**

نشست

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta e}{1+e_1}$$

ارتفاع اولیه — ضریب تخلخل اولیه



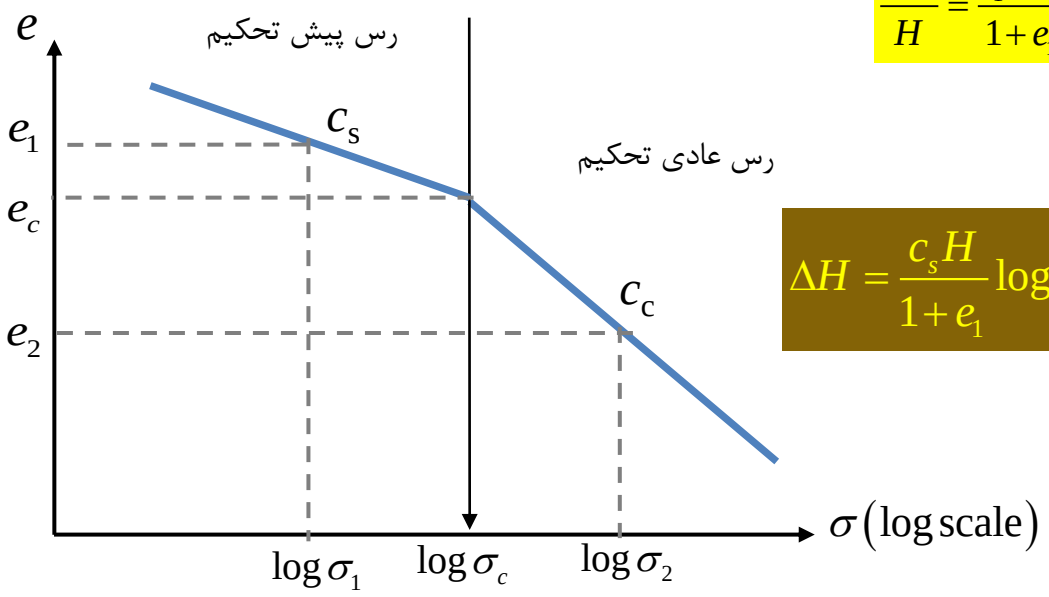

$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_1+\Delta\sigma}{\sigma_1}\right) = \frac{c_c H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)$$

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## محاسبه نشست در رس عادی و پیش تحکیم

**حالت سوم:** اگر $\sigma_2 > \sigma_c$ و $\sigma_1 < \sigma_c$ باشد یعنی بخشی از خاک رس عادی تحکیم و بخشی پیش تحکیم است.




$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{e_1 - e_c}{1+e_1} + \frac{e_c - e_2}{1+e_c}$$

$$\Delta H = \frac{c_s H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_1}\right) + \frac{c_c H}{1+e_c}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_c}\right)$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## محاسبه نشست در رس عادی و پیش تحکیم

**حالت اول:** اگر $\sigma_1, \sigma_2 < \sigma_c$ باشد یعنی خاک رس پیش تحکیم است. **OCR > 1**

$$\Delta H = \frac{c_s H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)$$

**حالت دوم:** اگر $\sigma_1, \sigma_2 > \sigma_c$ باشد یعنی خاک رس عادی تحکیم است. **OCR = 1**

$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)$$

**حالت سوم:** اگر $\sigma_2 > \sigma_c$ و $\sigma_1 < \sigma_c$ باشد یعنی بخشی از خاک رس عادی تحکیم و بخشی پیش تحکیم است.

$$\Delta H = \frac{c_s H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_1}\right) + \frac{c_c H}{1+e_c}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_c}\right)$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک

## محاسبه نشست در رس عادی و پیش تحکیم

**مثال:** نشست تحکیمی را برای خاک رس اشباع تحت با یکنواخت $\Delta\sigma$ و شرایط مختلفی از تنش پیش تحکیمی محاسبه کنید. الف) اگر رس عادی تحکیم باشد؟

ب) اگر تنش پیش تحکیم ۱۹۰ کیلونیوتن بر متر مربع باشد؟

ج) اگر تنش پیش تحکیم ۱۷۰ کیلونیوتن بر متر مربع باشد؟

$$c_s \approx \frac{1}{6} c_c$$

**حل:**

$$c_c = 0.009(\mathrm{LL}-10) = 0.009(40-10) = 0.27$$

$$\sigma_1' = 2\times 14 + 4\times(18-9.81) + 2\times(19-9.81) = 79.14\,\mathrm{kN/m^2}$$

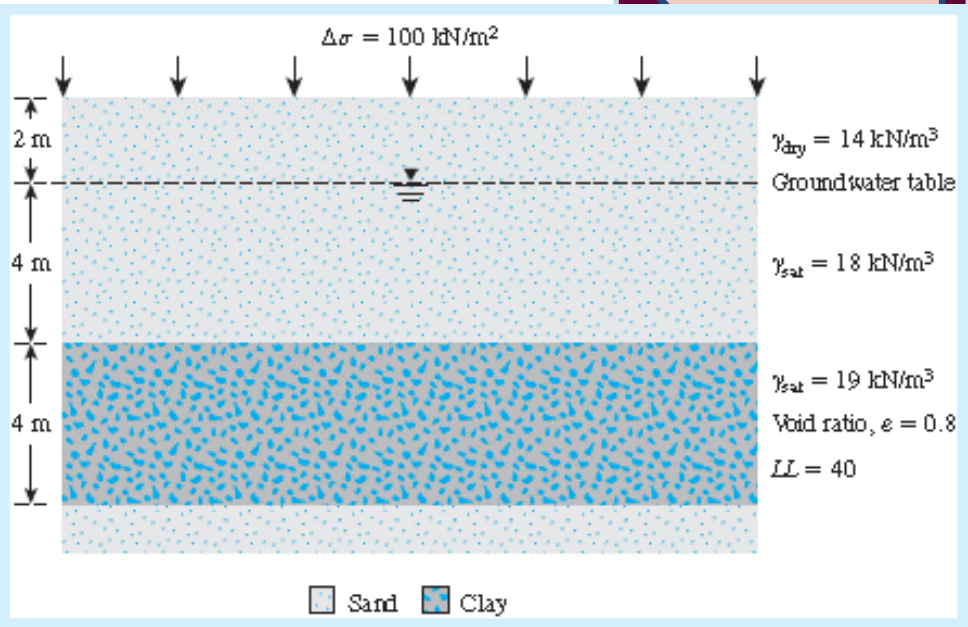
$$\sigma_2' = \sigma_1' + \Delta\sigma = 79.14 + 100 = 179.14\,\mathrm{kN/m^2}$$

**حل الف:**

$$\Delta H = \frac{c_c H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}\right) = \frac{0.27\times 4}{1+0.8}\log\left(\frac{179.14}{79.14}\right) = 0.213m$$

**حل ب:** اگر $\sigma_c = 190\,\mathrm{kN/m^2}$ باشد آنگاه خاک پیش تحکیم است.

$$\Delta H = \frac{c_s H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}\right) = \frac{\frac{0.27}{6}\times 4}{1+0.8}\log\left(\frac{179.14}{79.14}\right) = 0.036m$$



# نشست خاک و پدیده تحکیم

## محاسبه نشست در رس عادی و پیش تحکیم

**مثال:** نشست تحکیمی را برای خاک رس اشباع تحت با یکنواخت $\Delta\sigma$ و شرایط مختلفی از تنش پیش تحکیمی محاسبه کنید. الف) اگر رس عادی تحکیم باشد؟

ب) اگر تنش پیش تحکیم ۱۹۰ کیلونیوتن بر متر مربع باشد؟

ج) اگر تنش پیش تحکیم ۱۷۰ کیلونیوتن بر متر مربع باشد؟ $c_s \approx \frac{1}{6} c_c$

$c_c = 0.27, \quad c_s = 0.045$

$\sigma'_1 = 79.14\,\mathrm{kN/m^2} \qquad \sigma'_2 = 179.14\,\mathrm{kN/m^2}$

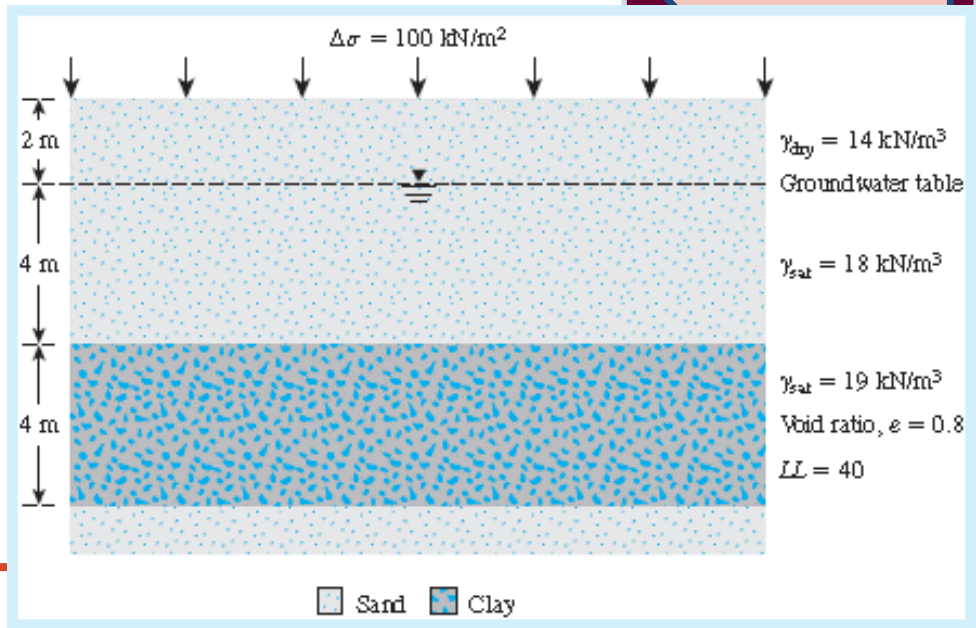
**حل الف:** $\Delta H = 0.213\,m$

**حل ب:** $\Delta H = 0.036\,m$

**حل ج:** اگر $\sigma_c = 170\,\mathrm{kN/m^2}$ باشد آنگاه بخشی از خاک پیش تحکیم و بخش عادی است.

$$\Delta H = \frac{c_s H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_1}\right) + \frac{c_c H}{1+e_c}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_c}\right) =$$

$$\frac{0.045\times 4}{1+0.8}\log\left(\frac{170}{79.14}\right) + \frac{0.27\times 4}{1+0.8}\log\left(\frac{179.14}{170}\right) = 0.0468\,m$$

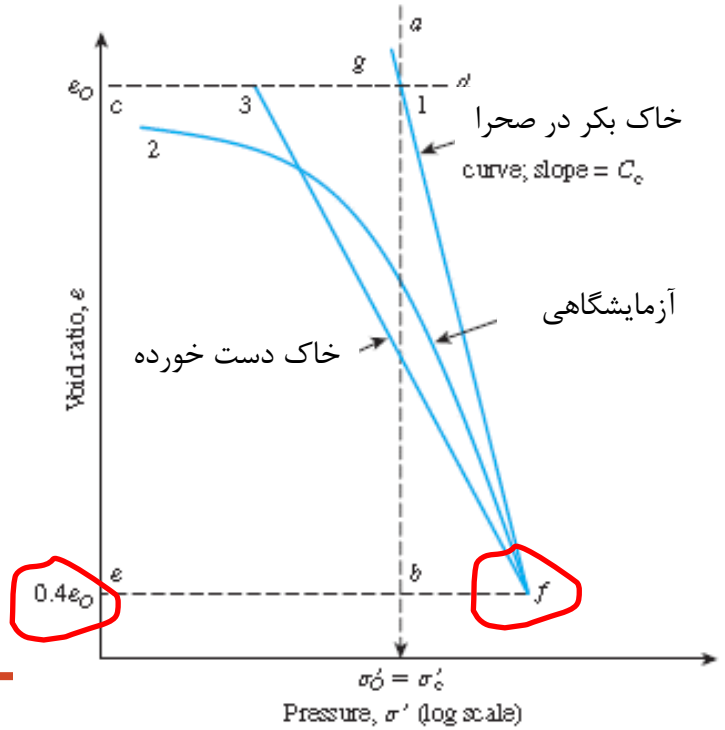


# نشست خاک و پدیده تحکیم

## نکات بسیار مهم

**نکته اول:** اگر خاک رسی پیش تحکیم باشد و آن را با دست خوردگی بالا بهم بریزیم دیگر این خاک پیش تحکیم نیست و تبدیل به یک خاک عادی تحکیم می شود و در فرمولهای اشاره شده ی مربوط به خاک عادی تحکیم استفاده می شود.

**نکته دوم:** نمودار e-logσ برای انواع خاکهای دست خورده، دست نخورده آزمایشگاهی و بکر بصورت زیر است. تمام این منحنی ها در یک نقطه $0.4e_0$ بهم می رسند.





کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

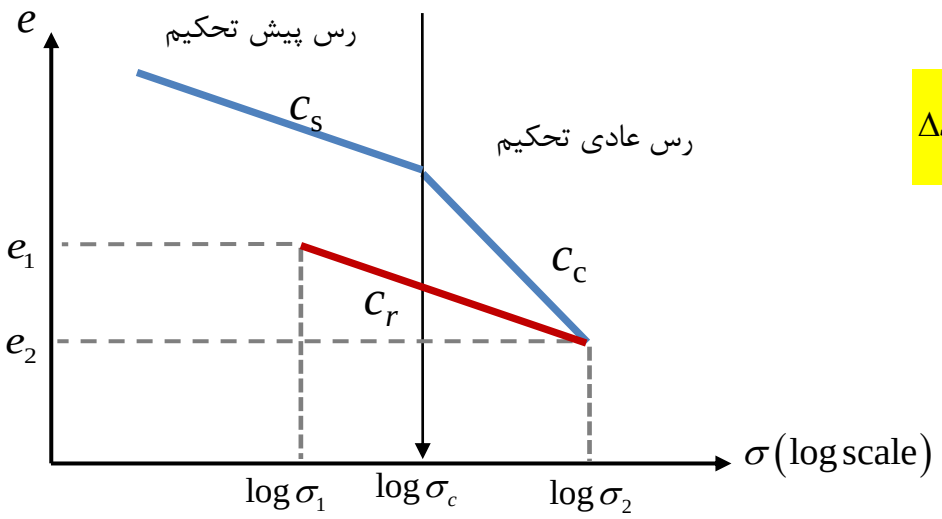
# نشست خاک و پدیده تحکیم

## نکات بسیار مهم

**نکته اول:** اگر خاک رسی پیش تحکیم باشد و آن را با دست خوردگی بالا بهم بریزیم دیگر این خاک پیش تحکیم نیست و تبدیل به یک خاک عادی تحکیم می شو و در فرمولهای اشاره شده ی مربوط به خاک عادی تحکیم استفاده می شود.

**نکته دوم:** نمودار e-logσ برای انواع خاکهای دست خورده، دست نخورده آزمایشگاهی و بکر بصورت زیر است. تمام این منحنی ها در یک نقطه $0.4e_0$ بهم می رسند.

**نکته سوم:** اگر هدف تعیین میزان تورم خاک رسی باشد آنگاه مقدار آن برابر است با:




$$\Delta S = \frac{c_r H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right),\quad c_r \approx c_s$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

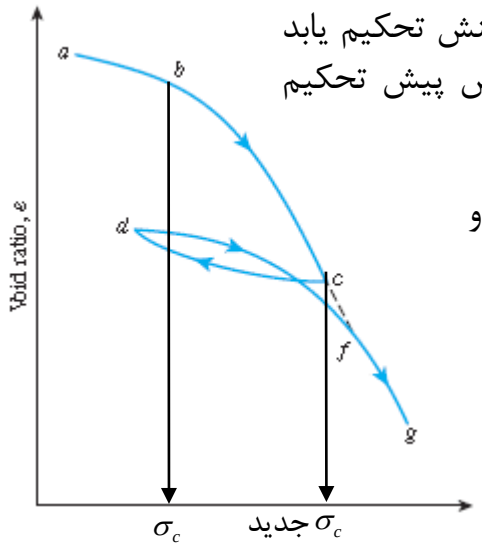
## نکات بسیار مهم

**نکته اول:** اگر خاک رسی پیش تحکیم باشد و آن را با دست خوردگی بالا بهم بریزیم دیگر این خاک پیش تحکیم نیست و تبدیل به یک خاک عادی تحکیم می شو و در فرمولهای اشاره شده ی مربوط به خاک عادی تحکیم استفاده می شود.

**نکته دوم:** نمودار e-logσ برای انواع خاکهای دست خورده، دست نخورده آزمایشگاهی و بکر بصورت زیر است. تمام این منحنی ها در یک نقطه $0.4e_0$ بهم می رسند.

**نکته سوم:** اگر هدف تعیین میزان تورم خاک رسی باشد آنگاه مقدار آن برابر است با: $c_r \approx c_s$ ,

$$\Delta S = \frac{c_r H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)$$




**نکته چهارم:** اگر خاک رس عادی تحکیم را بارگذاری کنیم و تحت آن تنش تحکیم یابد آنگاه باربرداری کنیم و اگر بخواهیم مجددا بارگذاری کنیم آن خاک رس پیش تحکیم است.

**نکته پنجم:** اگر خاک چند لایه باشد آنگاه نشست در هر لایه را محاسبه و با هم جمع می کنیم.

$$S_c = S_{c1} + S_{c2} + S_{c3} + \ldots$$

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## نکات بسیار مهم

**نکته اول:** اگر خاک رسی پیش تحکیم باشد و آن را با دست خوردگی بالا بهم بریزیم دیگر این خاک پیش تحکیم نیست و تبدیل به یک خاک عادی تحکیم می شو و در فرمولهای اشاره شده ی مربوط به خاک عادی تحکیم استفاده می شود.

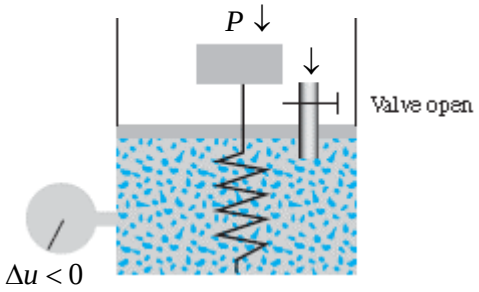
**نکته دوم:** نمودار e-logσ برای انواع خاکهای دست خورده، دست نخورده آزمایشگاهی و بکر بصورت زیر است. تمام این منحنی ها در یک نقطه $0.4e_0$ بهم می رسند.

**نکته سوم:** اگر هدف تعیین میزان تورم خاک رسی باشد آنگاه مقدار آن برابر است با: $c_r \approx c_s$ ، $\Delta S = \frac{c_r H}{1+e_1}\log\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)$

**نکته چهارم:** اگر خاک رس عادی تحکیم را بارگذاری کنیم و تحت آن تنش تحکیم یابد آنگاه بابرداری کنیم و اگر بخواهیم مجددا بارگذاری کنیم آن خاک رس پیش تحکیم است.

**نکته پنجم:** اگر خاک چند لایه باشد آنگاه نشست در هر لایه را محاسبه و با هم جمع می کنیم. $S_c = S_{c1} + S_{c2} + \ldots$

**نکته ششم:** پدیده تورم عکس تحکیم است. وقتی بار را کاهش دهیم خاک رس تمایل به افزایش حجم دارد در نتیجه فشار آب حفره ای منفی(مکشی) می شود و در پدیده تورم آب وارد سیستم خواهد شد.



# نشست خاک و پدیده تحکیم

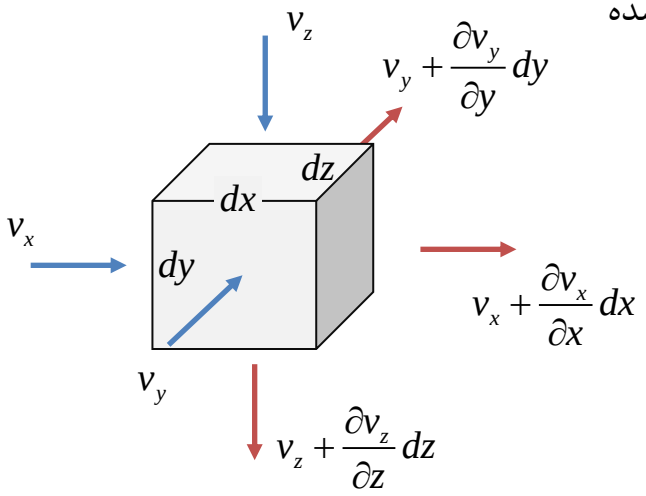
## تئوری تحکیم یک بعدی و معادله حاکم بر آن

**فرضیات:** ۱- خاک اشباع و همگن است ۲- ضریب نفوذپذیری و ضریب تحکیم ثابت فرض شده است. ۳- بار بصورت کلی به تمام لایه ها وارد می شود. ۴- قانون دارسی برقرار است. ۵- جریان یک سویه فرض شده است.

**تذکر:** آنچه مسلم است در عملیات تحکیم نفوذپذیری بدلیل کاهش ضریب تخلخل کاهش می یابد و فرض دوم یک فرض درست نیست که بعدها توسط بایوت(Biot) این فرض اصلاح شد.

**تعیین معادله حاکم:** از اصل بقای جرم و رابطه پیوستگی در جریان داریم:

**اصل بقای جرم:** هیچ جرمی هدر نمی رود. جرم ورودی به یک المان برابر است با مجموع جبری مقدار خروجی و جرم ذخیره شده یا کاهش یافته در المان.




$$M_{int} - M_{out} = \Delta M$$

$$\rho V_{int} - \rho V_{out} = \rho \Delta V, \quad \rho = cte$$

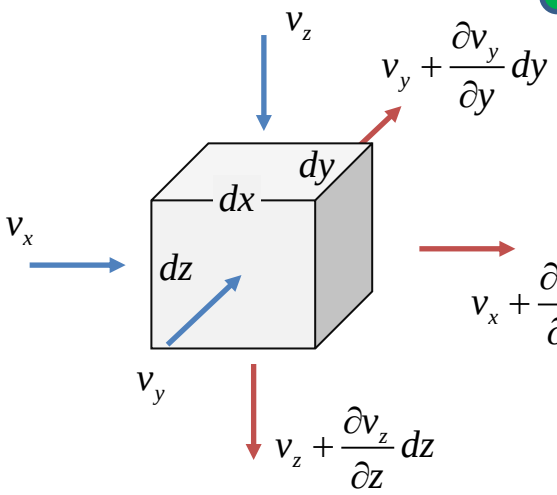
$$\frac{V_{int}}{\Delta t} - \frac{V_{out}}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Leftrightarrow q_{int} - q_{out} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$v_{int} A_{int} - v_{out} A_{out} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تئوری تحکیم یک بعدی و معادله حاکم بر آن




**اصل بقای جرم یا رابطه پیوستگی:** $v_{int} A_{int} - v_{out} A_{out} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$$v_x dydz + v_y dxdz + v_z dydx - \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx\right) dydz$$

$$- \left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy\right) dxdz - \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz\right) dydx = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

با فرض اینکه ابعاد المان ها برابر باشند معادله فوق بصورت زیر ساده می شود: $dx = dy = dz$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) dxdydz = -\frac{dV}{dt}$$

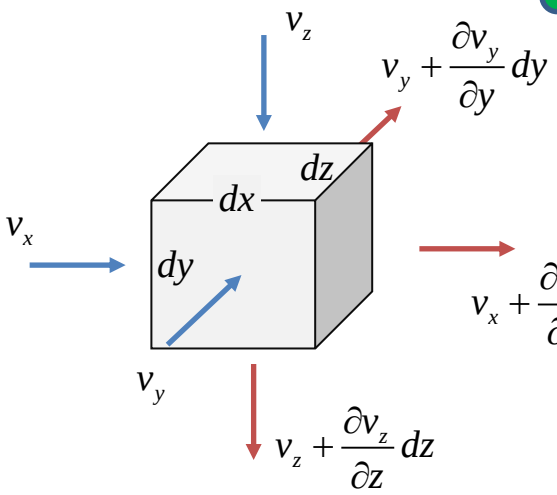
اگر در المان تغییر حجمی رخ ندهد. معادله پیوستگی بصورت زیر ساده می شود:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad \Longrightarrow \quad Div\,\vec{v} = 0$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تئوری تحکیم یک بعدی و معادله حاکم بر آن




**اصل بقای جرم یا رابطه پیوستگی:**

$$v_{int} A_{int} - v_{out} A_{out} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dxdydz = -\frac{dV}{dt}$$

اگر در المان تغییر حجمی رخ دهد و فرض شود جریان یک بعدی است:

$$\left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dxdydz = -\frac{dV}{dt},$$

$$v_z = k \times i_z = k \frac{\partial h}{\partial z} \xrightarrow{h = u/\gamma_w} v_z = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}$$

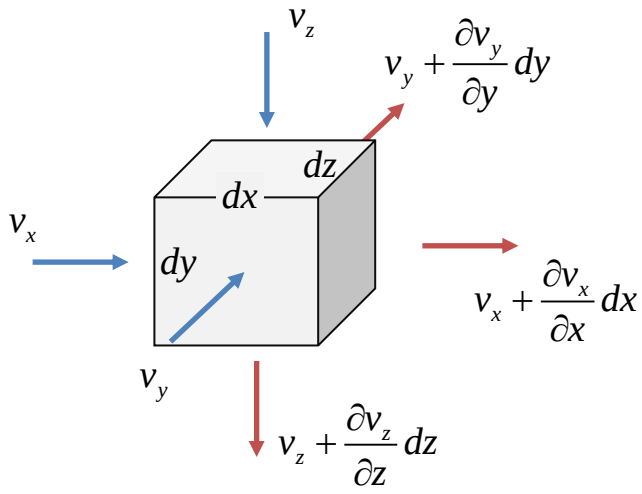
$$\frac{dV}{dt} = ? \qquad m_v = \frac{\Delta H}{H_0 \Delta \sigma'} = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta \sigma'} \xrightarrow{V_0 = dxdydz} \Delta V = m_v V_0 \Delta \sigma'$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = m_v \frac{\Delta \sigma'}{\Delta t} dxdydz \xrightarrow[\sigma = cte,\ d\sigma/dt = 0]{\sigma' = \sigma - u} \frac{dV}{dt} = -m_v \frac{du}{dt} dxdydz$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تئوری تحکیم یک بعدی و معادله حاکم بر آن




**معادله تحکیم:**

$$\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) dxdydz = -\frac{dV}{dt},$$

$$v_z = \frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{dV}{dt} = -m_v \frac{du}{dt} dxdydz$$

با جایگذاری دو رابطه آبی در نارنجی ⟹

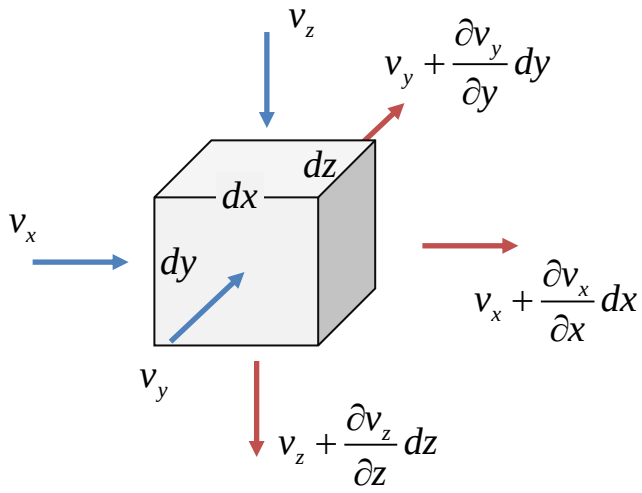
$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w m_v}$$

$k$: ضریب نفوذپذیری خاک، $c_v$: ضریب تحکیم، $m_v$ ضریب قابلیت فشردگی حجمی، $u(z,t)$: فشار آب حفره ای که تابعی از عمق $z$ و زمان $t$ است.


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تئوری تحکیم یک بعدی و معادله حاکم بر آن




**معادله تحکیم:**

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w m_v}$$

معادله فوق کاربردهای مختلفی دارد و چندین پدیده با آن توصیف می شود که عبارتند از:

۱- انتشار (Diffusion)

۲- انتقال حرارت

۳- تحکیم و غیره

هدف از حل معادله فوق، تعیین $u(z,t)$ فشار آب حفره ای در هرعمق $z$ و هر زمان $t$ است. برای حل معادله فوق نیاز به دو شرایط مرزی و یک شرایط اولیه داریم. این شرایط با توجه به هندسه و مصالح مدل متفاوت خواهد بود.


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

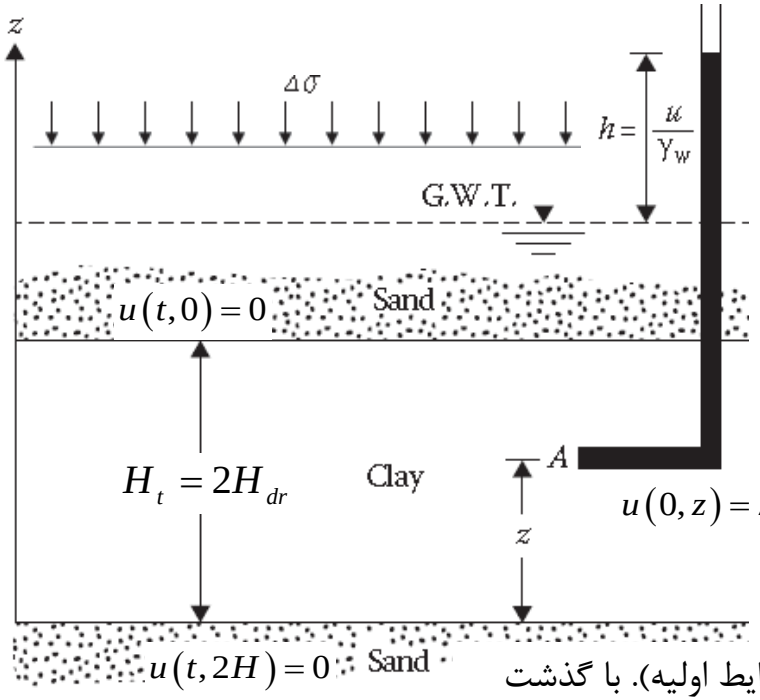
# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تئوری تحکیم یک بعدی و معادله حاکم بر آن

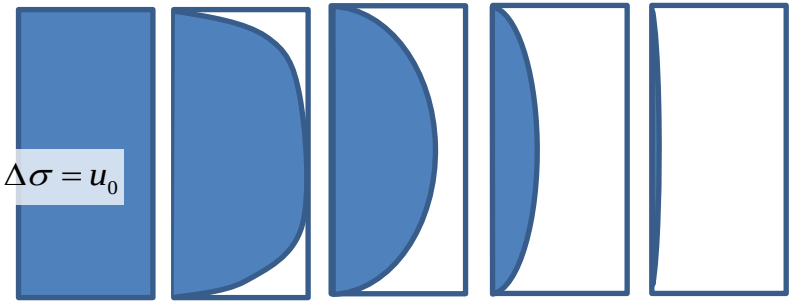
$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w m_v}$$

**معادله تحکیم:**

**توصیف وحل یکی از ساده ترین مدل تحکیم:** فرض شود که بارگذاری در سطح وسیعی به اندازه ی $\Delta\sigma$ برروی یک لایه رسی به ارتفاع $2H_{dr}$ انجام گرفت. این لایه رسی از بالا و پایین زهکشی می شود. مطلوبست تغییرات فشار آب حفره ای در زمان و عمق چگونه است؟




سوال: چرا فشار آب حفره ای در بالا و پایین رس در هر زمان صفر است؟ چون نفوذپذیری ماسه زیاد است و زهکشی بسرعت انجام می شود و در نتیجه فشار آب حفره ای تولید نمی شود.



در ابتدا اضافه تنش وارده به فشار آب حفره ای می رسد(شرایط اولیه). با گذشت زمان فشار آب حفره ای کاهش می یابد. البته فشار آب در شرایط زهکش دو طرفه همواره در وسط رس بیشینه است.

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تحلیل معادله تحکیم از روش جداسازی متغییرها

**معادله تحکیم:**

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}$$

**شرایط مرزی و اولیه:**

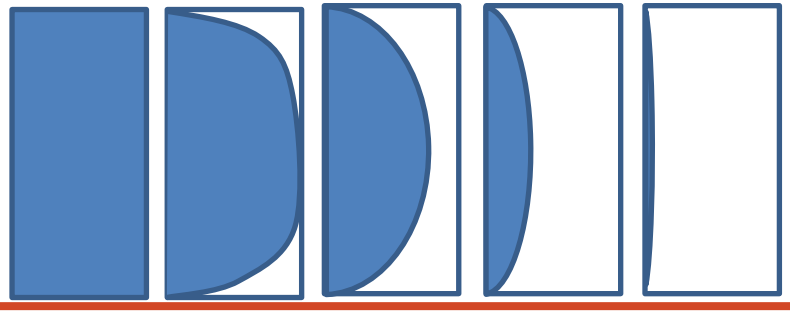
$$\begin{cases} u(z,0) = \Delta\sigma = u_0, \\ u(0,t) = 0, \\ u(2H_{dr},t) = 0, \end{cases}$$

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{H_{dr}} \int_0^{2H_{dr}} u_0 \sin\frac{n\pi z}{2H_{dr}} dz \right) \left( \sin\frac{n\pi z}{2H_{dr}} \right) \exp\left( \frac{n^2\pi^2 c_v t}{4H_{dr}^2} \right), \quad n = 2m+1, m = 0,1,2,\ldots$$

اگر $u_0$ در عمق ثابت باشد آنگاه رابطه فوق بصورت زیر ساده می شود:

$$u(z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2u_0}{M} \sin\frac{Mz}{H_{dr}} \exp\left(-M^2 T_v\right), \quad M = \frac{(2m+1)\pi}{2}, T_v = \frac{c_v t}{H_{dr}^2}$$

**منحنی های آیزیکرونز Isochrones :**



با عددگذاری و پیدا کردن چند جمله از سری فوق می توان فشار آب حفره ای را تابعی از عمق و زمان تقریب زد. هر چه تعداد جملات $m$ را بیشتر بگیریم، جواب دقیق تر است.

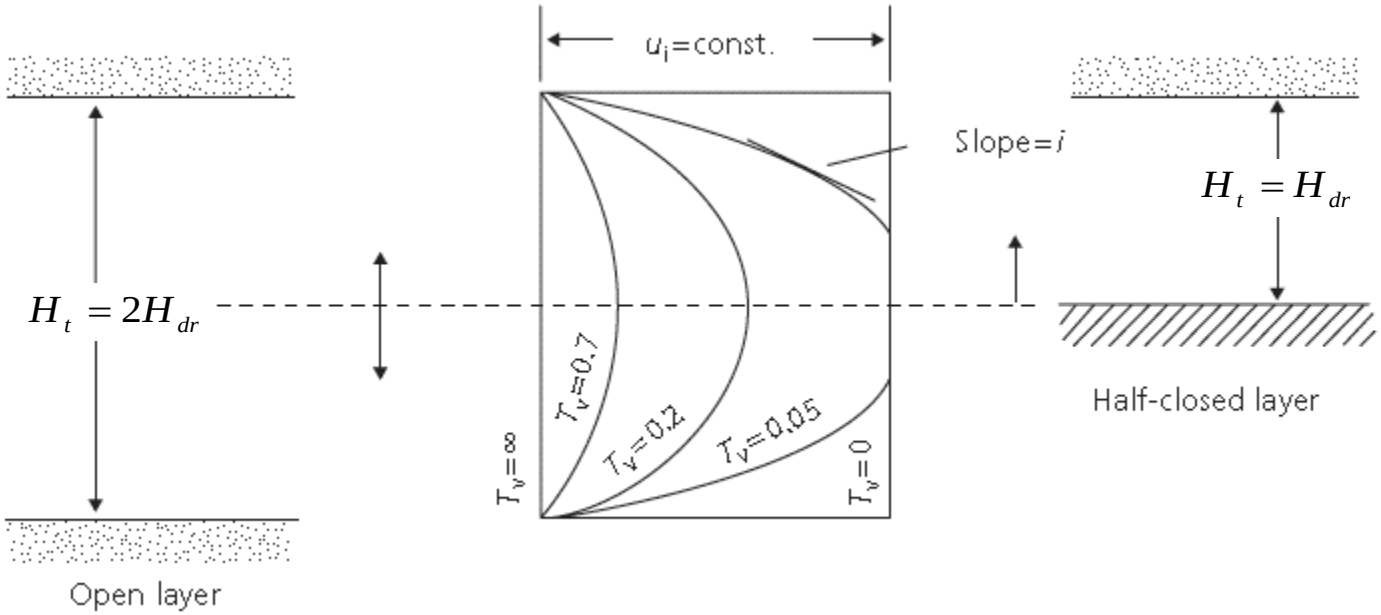

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تحلیل معادله تحکیم از روش جداسازی متغییرها

**زهکشی یک طرفه:**

$$u(z,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2u_0}{M}\sin\frac{Mz}{H_{dr}}\exp\left(-M^2T_v\right),\quad M=\frac{(2m+1)\pi}{2},\ T_v=\frac{c_v t}{H_{dr}^2}$$




**نکته بسیار مهم:** در روابط ارائه شده مقادیر $H$ همان ارتفاع زهکشی موثر خاک است. یعنی اگر زهکشی دو طرفه باشد $H$ برابر با نصف ارتفاع لایه است و اگر یکطرفه باشد $H$ برابر با لایه خاکی است.


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## درجه تحکیم و عامل بی بعد زمان

**درجه تحکیم:**

با درجه تحکیم می توان فهمید خاک چند درصد تحکیم خود را در زمان خاص انجام داده است و از رابطه زیر پیروی می کند.

$$U_z = \frac{(S_c)_t}{(S_c)_{t\to\infty}} = \frac{\Delta e_t}{\Delta e_\infty} = 1 - \frac{u_t}{u_0}$$

$$U_z = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\frac{Mz}{H} \exp\left(-M^2 T_v\right), \quad M = \frac{(2m+1)\pi}{2}, \; T_v = \frac{c_v t}{H^2}$$

**درجه تحکیم متوسط:**

$$\bar{U}_z = 1 - \frac{\int_0^{2H} u(z,t)\,dz}{2H \times u_0} = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp\left(-M^2 T_v\right) = 1 - \frac{\text{مساحت منحنی آیزیکرون در زمان موردنظر}}{\text{مساحت منحنی آیزیکرون در زمان صفر}}$$

بجای رابطه فوق می توان از جداول آماده و یا فرمولهای تقریبی- تجربی زیر استفاده کرد:

$$T_v = \begin{cases} \frac{\pi}{4}\left(\frac{U_z\%}{100}\right)^2 & U_z \le 60\% \\ 1.781 - 0.933\log\left(100 - U_z\%\right) & U_z > 60\% \end{cases}$$

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## درجه تحکیم و عامل بی بعد زمان

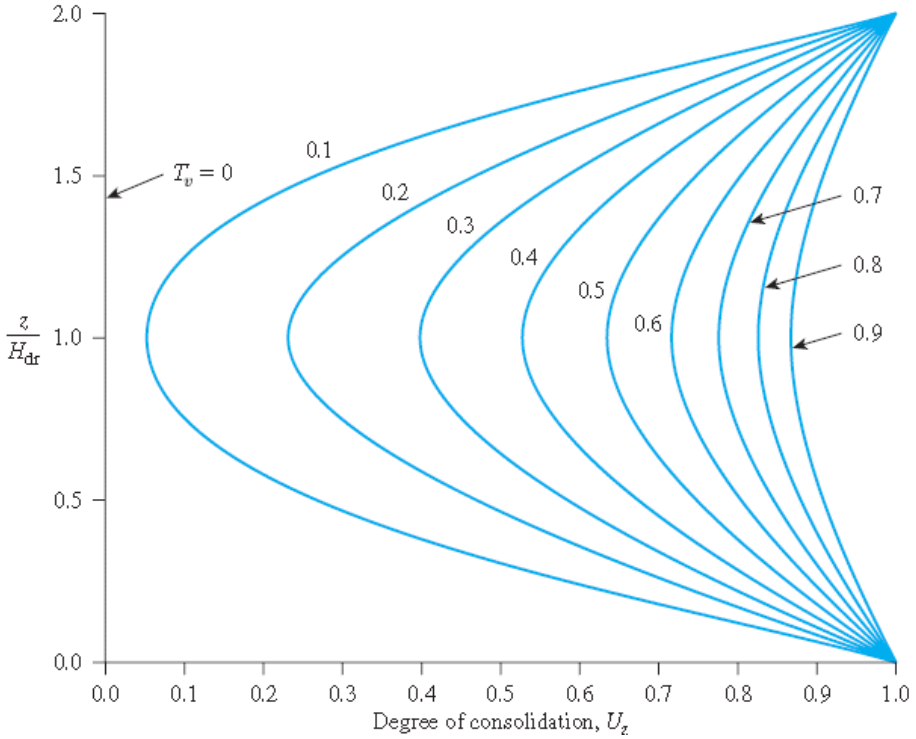
بجای رابطه قبلی می توان از جداول آماده و یا فرمولهای تقریبی-تجربی زیر استفاده کرد:

| $U$ (%) | $T_v$ | $U$ (%) | $T_v$ | $U$ (%) | $T_v$ | $U$ (%) | $T_v$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 26 | 0.0531 | 52 | 0.212 | 78 | 0.529 |
| 1 | 0.00008 | 27 | 0.0572 | 53 | 0.221 | 79 | 0.547 |
| 2 | 0.0003 | 28 | 0.0615 | 54 | 0.230 | 80 | 0.567 |
| 3 | 0.00071 | 29 | 0.0660 | 55 | 0.239 | 81 | 0.588 |
| 4 | 0.00126 | 30 | 0.0707 | 56 | 0.248 | 82 | 0.610 |
| 5 | 0.00196 | 31 | 0.0754 | 57 | 0.257 | 83 | 0.633 |
| 6 | 0.00283 | 32 | 0.0803 | 58 | 0.267 | 84 | 0.658 |
| 7 | 0.00385 | 33 | 0.0855 | 59 | 0.276 | 85 | 0.684 |
| 8 | 0.00502 | 34 | 0.0907 | 60 | 0.286 | 86 | 0.712 |
| 9 | 0.00636 | 35 | 0.0962 | 61 | 0.297 | 87 | 0.742 |
| 10 | 0.00785 | 36 | 0.102 | 62 | 0.307 | 88 | 0.774 |
| 11 | 0.0095 | 37 | 0.107 | 63 | 0.318 | 89 | 0.809 |
| 12 | 0.0113 | 38 | 0.113 | 64 | 0.329 | 90 | 0.848 |
| 13 | 0.0133 | 39 | 0.119 | 65 | 0.304 | 91 | 0.891 |
| 14 | 0.0154 | 40 | 0.126 | 66 | 0.352 | 92 | 0.938 |
| 15 | 0.0177 | 41 | 0.132 | 67 | 0.364 | 93 | 0.993 |
| 16 | 0.0201 | 42 | 0.138 | 68 | 0.377 | 94 | 1.055 |
| 17 | 0.0227 | 43 | 0.145 | 69 | 0.390 | 95 | 1.129 |
| 18 | 0.0254 | 44 | 0.152 | 70 | 0.403 | 96 | 1.219 |
| 19 | 0.0283 | 45 | 0.159 | 71 | 0.417 | 97 | 1.336 |
| 20 | 0.0314 | 46 | 0.166 | 72 | 0.431 | 98 | 1.500 |
| 21 | 0.0346 | 47 | 0.173 | 73 | 0.446 | 99 | 1.781 |
| 22 | 0.0380 | 48 | 0.181 | 74 | 0.461 | 100 | ∞ |
| 23 | 0.0415 | 49 | 0.188 | 75 | 0.477 | | |
| 24 | 0.0452 | 50 | 0.197 | 76 | 0.493 | | |
| 25 | 0.0491 | 51 | 0.204 | 77 | 0.511 | | |


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## درجه تحکیم در عمق و جزئیات عامل بی بعد زمان در تحکیم $T_v$




عامل بی بعد زمان در تحکیم $T_v$ برای نمونه آزمایشگاهی و واقعی در درجه تحکیم مساوی، یکسان است.

$$T_v = \frac{c_v \times t}{H_{dr}^2}$$

$$if \quad \bar{U}_1 = \bar{U}_2 \rightarrow T_{v1} = T_{v2} \rightarrow \frac{c_{v1} \times t_1}{H_{dr1}^2} = \frac{c_{v2} \times t_2}{H_{dr2}^2} \rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \left(\frac{H_{dr1}}{H_{dr2}}\right)^2$$


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## عامل بی بعد زمان در تحکیم $T_v$

**مثال:** یک نمونه خاک به قطر ۷۵ میلی متر و ارتفاع ۲۰ میلیمتر که از یک لایه رسی به ضخامت ۱۰ متر استخراج شده است. این نمونه تحت آزمایش تحکیم با زهکشی دو طرفه قرارگرفته است و ۱۵ دقیقه نیاز است تا به ۵۰٪ تحکیم برسد. الف) اگر لایه رس در صحرا همان شرایط آزمایشگاهی را داشته باشد زمان لازم به ۵۰٪ تحکیم این لایه رسی در محل چقدر خواهد بود؟ ب) اگر برای خاک محل فقط امکان زهکشی از یک سمت وجود داشته باشد آنگاه زمان لازم برای رسیدن به ۵۰٪ تحکیم چقدر است؟

**حل:** الف) چون خاک آزمایشگاه و محل یکی است پس ضرایب تحکیم محل و آزمایشگاه برابر هستند. از طرفی $T_v$ برای نمونه آزمایشگاهی و واقعی در درجه تحکیم مساوی، یکسان است.

$$if \quad \bar{U}_{Az} = \bar{U}_{Sa} \rightarrow T_{vAz} = T_{vSa} \rightarrow \frac{c_{vAz} \times t_{Az}}{H_{drAz}^2} = \frac{c_{vSa} \times t_{Sa}}{H_{drSa}^2} \rightarrow \frac{t_{Sa}}{t_{Az}} = \left( \frac{H_{drSa}}{H_{drAz}} \right)^2$$

$$\frac{t_{Sa}}{t_{Az}} = \left( \frac{H_{drSa}}{H_{drAz}} \right)^2, \quad \frac{t_{Sa}}{15} = \left( \frac{10/2}{0.02/2} \right)^2 \quad t_{Sa} = 375 \times 10^4 \text{ min} = 7.13 \text{ year}$$

ب) چون زهکشی در صحرا یا محل یکطرفه است دیگر ارتفاع محل بر ۲ تقسیم نمی شود.

$$\frac{t_{Sa}}{t_{Az}} = \left( \frac{H_{drSa}}{H_{drAz}} \right)^2, \quad \frac{t_{Sa}}{15} = \left( \frac{10}{0.02/2} \right)^2 \quad t_{Sa} = 15 \times 10^6 \text{ min} = 28.54 \text{ year}$$

ارتفاع که دو برابر شود زمان تحکیم چهار برابر می شود.


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## آزمایش تحکیم یک بعدی 1D Consolidation Test

هدف از این آزمایش تعیین نشست تحکیمی خاک ریزدانه ناشی از بارگذاری می باشد. قالب نمونه خاک معمولا بصورت استوانه ای به قطر ۵۰ تا ۷۵ میلیمتر و ارتفاع ۱۹ تا ۲۵ میلی متر(نسبت قطر به ارتفاع حداقل باید ۲.۵ باشد) می باشد.

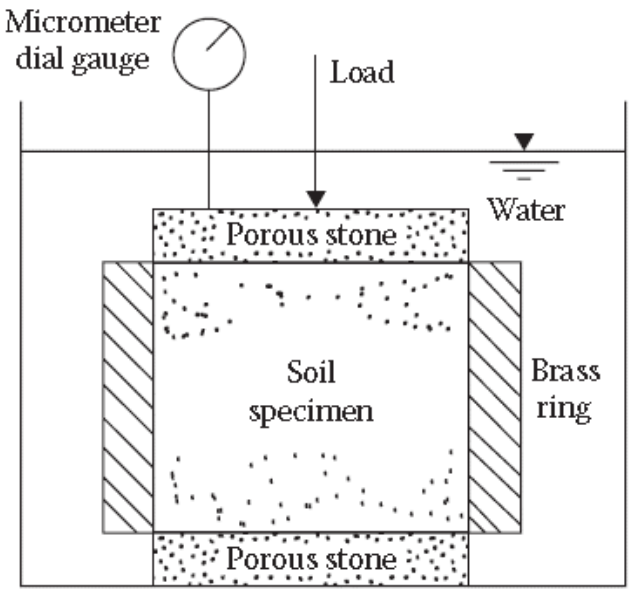
کلیات، ترکیب...

فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## آزمایش تحکیم یک بعدی 1D Consolidation Test

ابتدا خاک را وزن می کنیم و با قالب، آن را در دستگاه ادومتر قرار می دهیم. توجه شود که قبل قراردادن نمونه خاک در زیر و روی آن سنگ متخلخل و فیلتر قرار می دهیم و سپس داخل محفظه نمونه را پر از آب می کنیم تا نمونه اشباع شود. برای اشباع شدن کامل باید ۲۴ ساعت صبر کنیم. سپس کلاهک بارگذاری را بر روی صفحه متخلخل قرار می دهیم و با استفاده از اهرم، شروع به بارگذاری قائم می کنیم. بارگذاری را باید بصورت پله وارد کرد. یعنی در هر ۲۴ ساعت بارگذاری را دو برابر می کنیم. میزان تنش ها معمولا در هر ۲۴ ساعت بصورت زیر افزایش می یابد:




$$p = 0.125, 0.25,\ 0.5, 1,\ 2,\ 4, 8,\ 16,\ 32\,\mathrm{kg/cm^2}$$

لازم است در هر مرحله از بارگذاری میزان نشست را در زمان های مختلف زیر قرائت گردد:

$$t = 6, 15, 30(\mathrm{sec}), 1, 2, 4, 8, 15, 30(\mathrm{min}),$$
$$1, 2, 4, 8, 16, 24(\mathrm{hr})$$

اگر هدف تعیین تحکیم ثانویه یا میزان خزش خاک مدنظر باشد باید زمان بارگذاری را طولانی تر کرد.

## آزمایش تحکیم یک بعدی 1D Consolidation Test

در ادامه آزمایش تحکیم می توان باربرداری کرد و میزان تورم را در زمان های اشاره شده در هر مرحله از باربرداری قرائت کرد.
در انتهایی آزمایش تحکیم، در صد رطوبت خاک را تعیین می کنیم تا بتوان ضریب تخلخل انتهای تحکیم اولیه را محاسبه کرد.

ضریب تخلخل در پایان تحکیم

$e_1 = \omega_1 G_s$ ← چگالی نسبی خاک

درصد رطوبت در پایان تحکیم

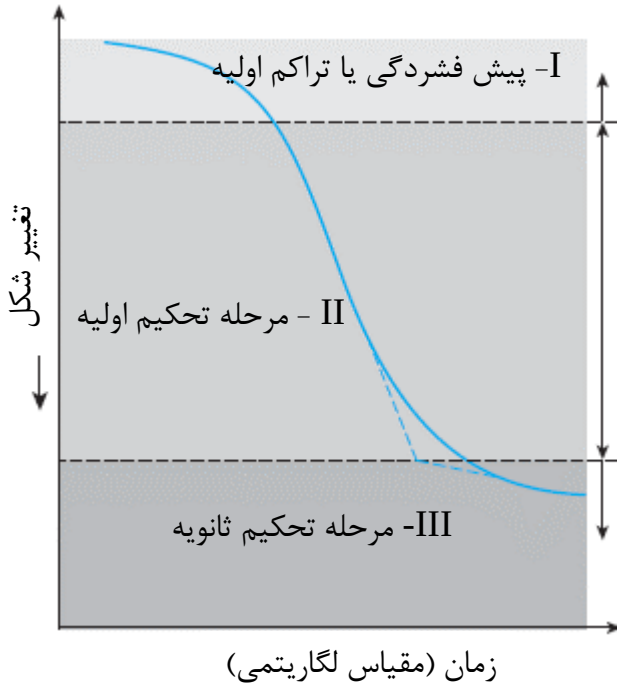
**نمونه ای از دستگاه تحکیم یا ادومتر**

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

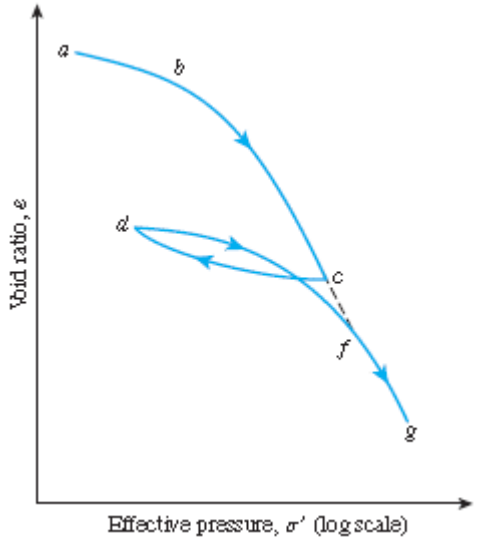
# نشست خاک و پدیده تحکیم

## آزمایش تحکیم یک بعدی 1D Consolidation Test

در هر مرحله از بارگذاری (افزایش بار)، تغییر شکل نمونه را بصورت تابعی از زمان در کاغذ نیمه لگاریتمی رسم می کنیم که بصورت زیر از سه بخش تقسیم شده است. از این نمودار می توان ضریب تحکیم اولیه و ثانویه را تعیین کرد.




همچنین می توان برای تعیین ضریب فشردگی $c_c$ ، ضریب تورم $c_s$ و ضریب باربرداری $c_r$ منحنی e-logσ را رسم کرد.





کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## آزمایش تحکیم یک بعدی 1D Consolidation Test

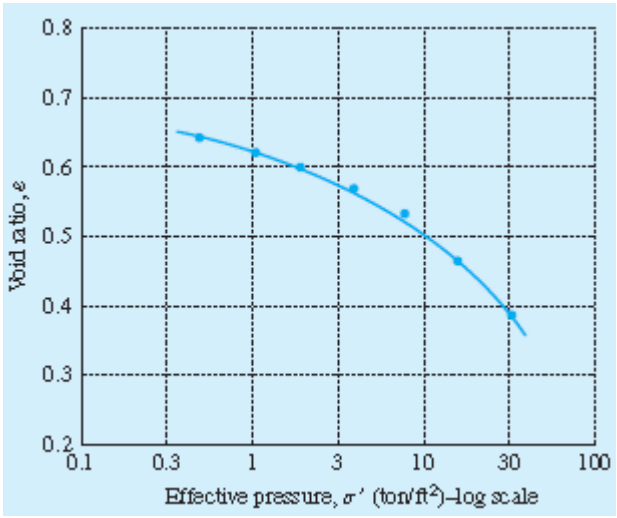
**مثال:** نتایج آزمایش تحکیم برای یک نمونه به جرم۱۲۸ گرم و ارتفاع اولیه۲۵.۴ میلیمتر و سطح مقطع۳۰.۶۸ سانتی متر مربع بصورت جدول زیر است. اگر چگالی نسبی خاک رسی اشباع برابر با ۲.۷۵ باشد مطلوبست رسم منحنی e-logσ ؟

**حل:**

$$H_s = \frac{W_s}{AG_s\gamma_w} = \frac{M_s}{AG_s\rho_w} = \frac{128\text{g}}{(30.68\text{cm}^2)(2.75)(1\,\text{g/cm}^3)} = 1.52\text{cm}$$

| تنش موثر بر حسب تن بر فوت مربع | ارتفاع نهایی در پایان تحکیم به سانتیمتر |
|---|---|
| 0 | 2.540 |
| 0.5 | 2.488 |
| 1 | 2.465 |
| 2 | 2.431 |
| 4 | 2.389 |
| 8 | 2.324 |
| 16 | 2.225 |
| 32 | 2.115 |

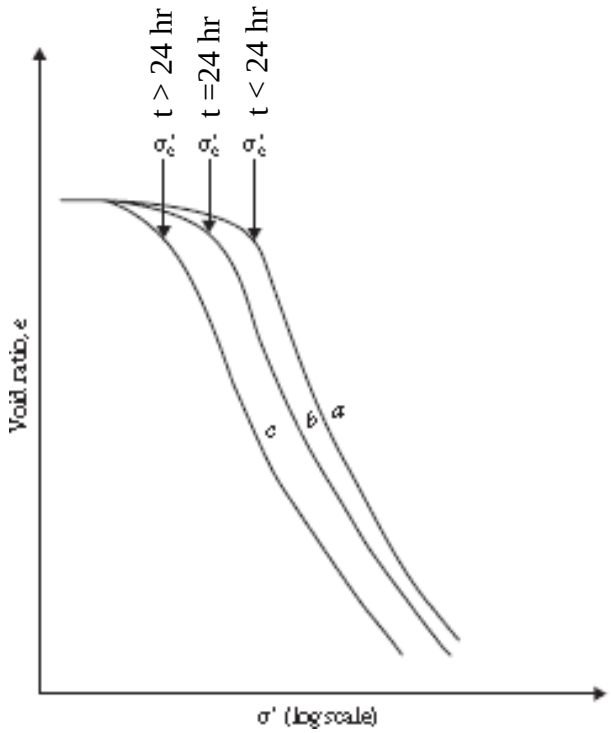
| تنش موثر بر حسب تن بر فوت مربع | ارتفاع نهایی در پایان تحکیم به سانتیمتر | $H_v = H - H_s$ (cm) | $e = H_v/H_s$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 2.540 | 1.02 | 0.671 |
| 0.5 | 2.488 | 0.968 | 0.637 |
| 1 | 2.465 | 0.945 | 0.622 |
| 2 | 2.431 | 0.911 | 0.599 |
| 4 | 2.389 | 0.869 | 0.572 |
| 8 | 2.324 | 0.804 | 0.529 |
| 16 | 2.225 | 0.705 | 0.464 |
| 32 | 2.115 | 0.595 | 0.390 |

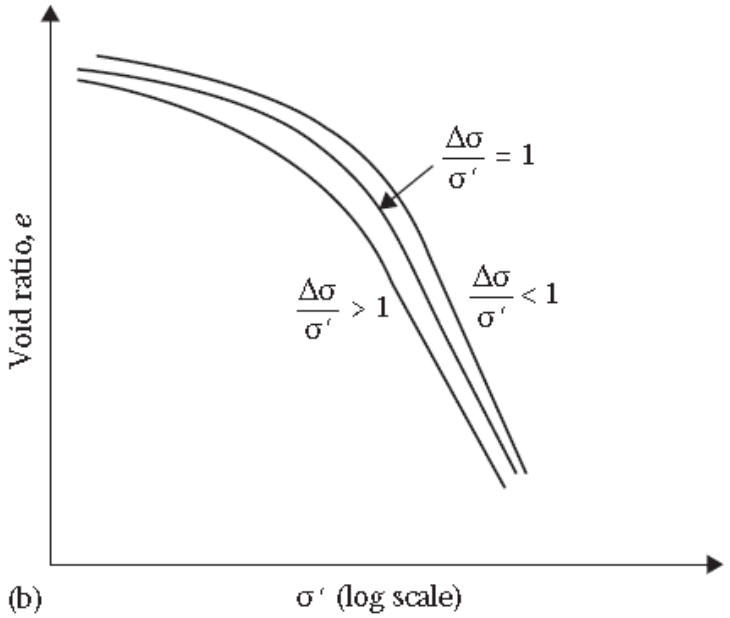



کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## آزمایش تحکیم یک بعدی 1D Consolidation Test

تاثیر زمان و نسبت افزایش بار بر منحنی e-logσ :




کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## ضریب تحکیم با استفاده ار نتایج آزمایشگاهی

روشهای مختلفی برای تعیین ضریب تحکیم $c_v$ وجود دارد. برخی از این روش ها عبارتند از:

۱- روش لگاریتم زمان (Casagarande 1930)

۲- روش جذر زمان (Taylor 1948)

۳- روش هذلولی قائم (Rao, Sridharan, 1981 ,Prakash, 1985)

۴-روش سرعت (Parkin, Lun 1978, 1985)

۵-روش اجزا محدود FEM (Desai 1971)

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## ضریب تحکیم با استفاده ار نتایج آزمایشگاهی

روش اول- روش لگاریتم زمان (Casagarande 1930)

گام۱- نقطه $P$ که قرائت اولیه در زمان $t_1$ می باشد. خطی موازی با محور قائم در زمان $4t_1$ رسم می کنیم تا منحنی را قطع کند. محل قطع را $Q$ می نامیم.

اختلاف قائم بین $P$ و $Q$ را برابر با $x$ در نظر می گیریم.

سپس از نقطه P با اندازه $x$ بصورت قائم بسمت بالای محور حرکت می کنیم و نقطه جدید را $R$ می نامیم و قرائت مقابل آنرا $d_0$ درنظر می گیریم.

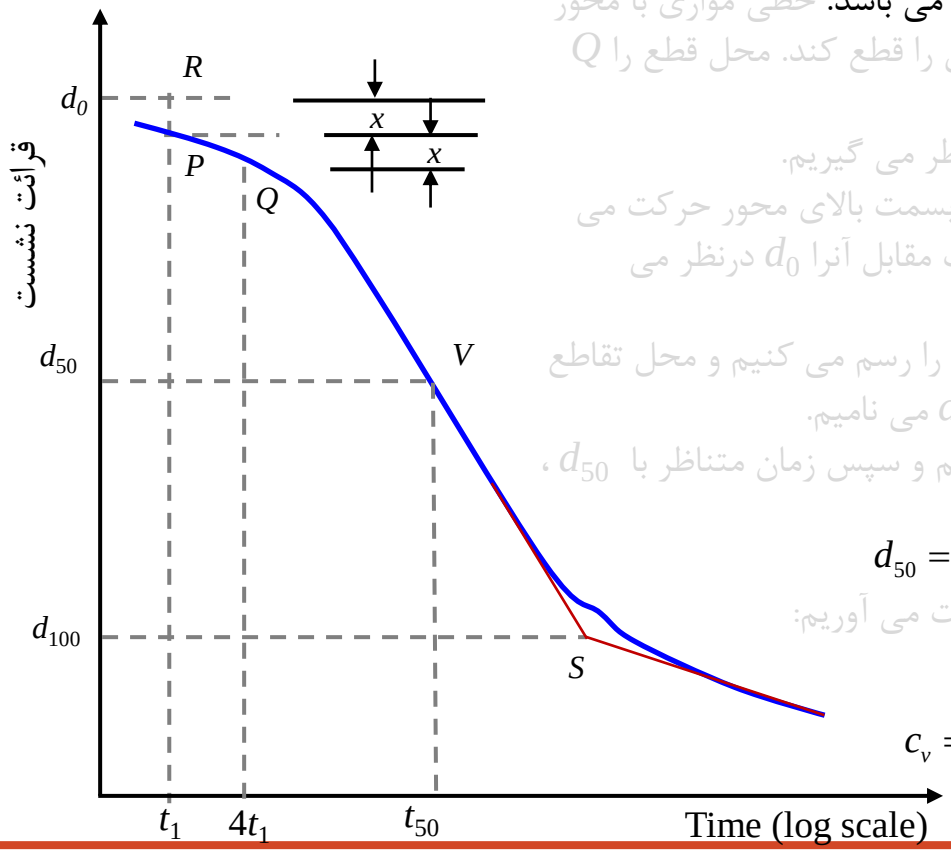
گام۲- خط مماس بر تحکیم اولیه و ثانویه را رسم می کنیم و محل تقاطع آن را S می نامیم. قرائت مقابل آن را $d_{100}$ می نامیم.

گام ۳- $d_{50}$ را از رابطه زیر تعیین می کنیم و سپس زمان متناظر با $d_{50}$، برابر با $t_{50}$ می باشد.

$$d_{50} = (d_0 + d_{100})/2$$

گام ۴- ضریب تحکیم را از رابطه زیر بدست می آوریم:

$$c_v = \frac{T_v H^2}{t_{50}} \quad \overset{U_{av}=50\%}{\underset{T_v=0.197}{\Rightarrow}} \quad c_v = \frac{0.197 H^2}{t_{50}}$$





کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## ضریب تحکیم با استفاده ار نتایج آزمایشگاهی

روش دوم- روش جذر زمان (Taylor 1948)

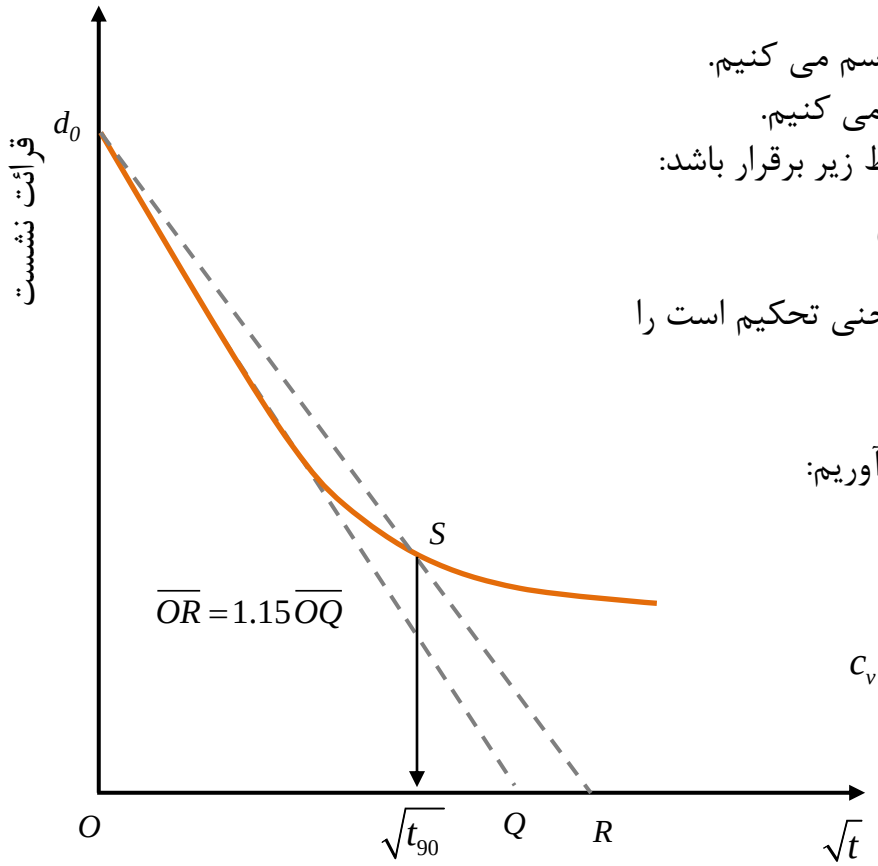
گام۱- نتایج قرائت را بر حسب ریشه دوم رمان رسم می کنیم.
گام ۲- خط PQ را مماس بر منحنی اولیه رسم می کنیم.
گام۳- خط PR را طوری رسم می کنیم که شرط زیر برقرار باشد:

$$\overline{OR} = 1.15\overline{OQ}$$

گام ۴- مقدار $t_{90}$ که محل تلاقی خط PR و منحنی تحکیم است را بدست می آوریم.

گام ۵- ضریب تحکیم را از رابطه زیر بدست می آوریم:

$$c_v = \frac{T_v H^2}{t_{90}} \quad \overset{\substack{U_{av}=90\% \\ T_v=0.848}}{\Rightarrow} \quad c_v = \frac{0.848H^2}{t_{90}}$$

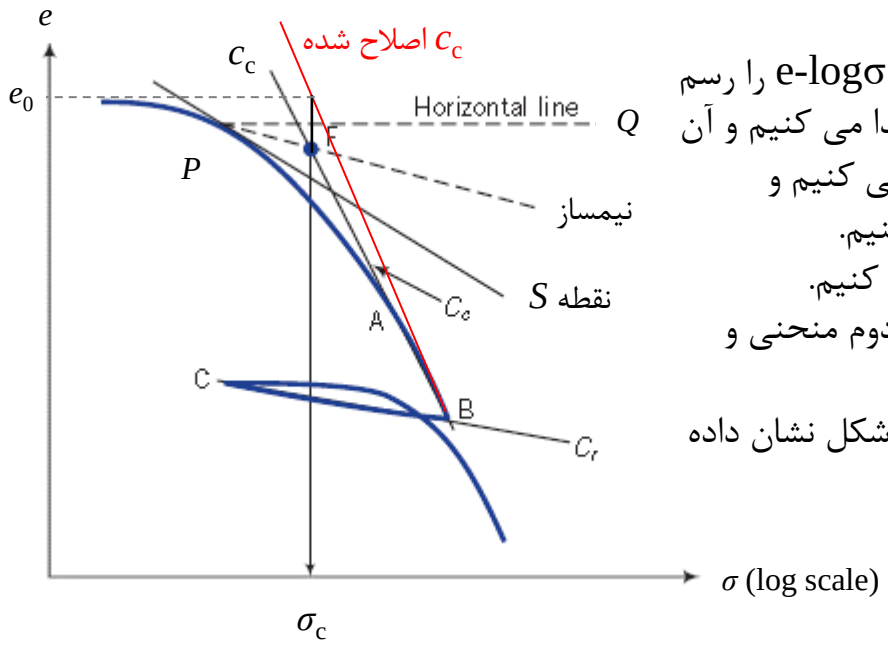


# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تعیین ضریب فشردگی با استفاده ار نتایج آزمایشگاهی و اصلاح آن

روشهای مختلفی برای تعیین $c_c$ وجود دارد که مهمترین آن ها عبارتند از:

۱- روش کازاگرانده ۲- روش log-log ۳- روش کار
۴- روش چشمی




**۱- روش کازاگرانده:** گام اول- ابتدا منحنی e-logσ را رسم می کنیم. بطور چشمی محل تغییرشیب را پیدا می کنیم و آن را نقطه $P$ می نامیم. خط افقی $PQ$ را رسم می کنیم و همچنین خط مماس بر $P$ را نیز ترسیم می کنیم.
گام دوم- خط نیمساز زاویه $QPS$ را رسم می کنیم.
گام سوم- محل تقاطع خط مماس بر قسمت دوم منحنی و نیمساز$QPS$ محل $\sigma_c$ می باشد.
گام چهارم- $c_c$ اصلاح شده و اصلاح نشده در شکل نشان داده شده است.

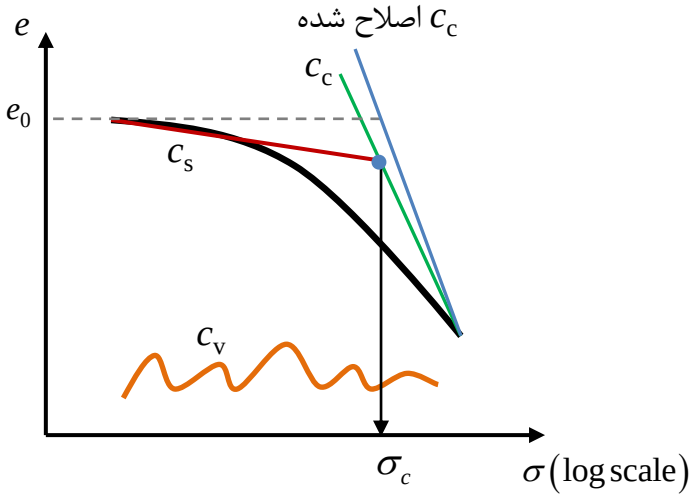
## تعیین ضریب فشردگی با استفاده ار نتایج آزمایشگاهی و اصلاح آن

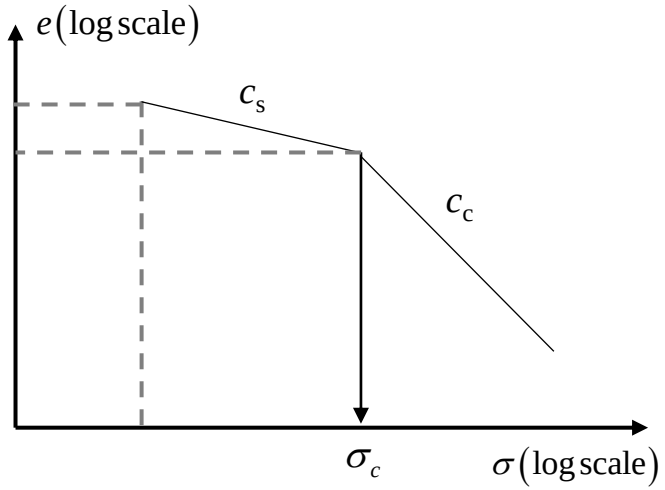
روشهای مختلفی برای تعیین $c_c$ وجود دارد که مهمترین آن ها عبارتند از:

۱- روش کازاگرانده ۲- روش log-log ۳- روش کار ۴- روش چشمی

**نکته:** برای هر مرحله بارگذاری یک ضریب $c_v$ تعیین می شود و می توان منحنی $c_v$-logσ را در کنار e-log σ رسم کرد.

**۲- روش log-log :** منحنی log e -log σ را رسم می کنیم. بطور چشمی محل تغییرشیب را پیدا می کنیم که محل $\sigma_c$ می باشد. این روش دقیق تر به نظر می رسد.



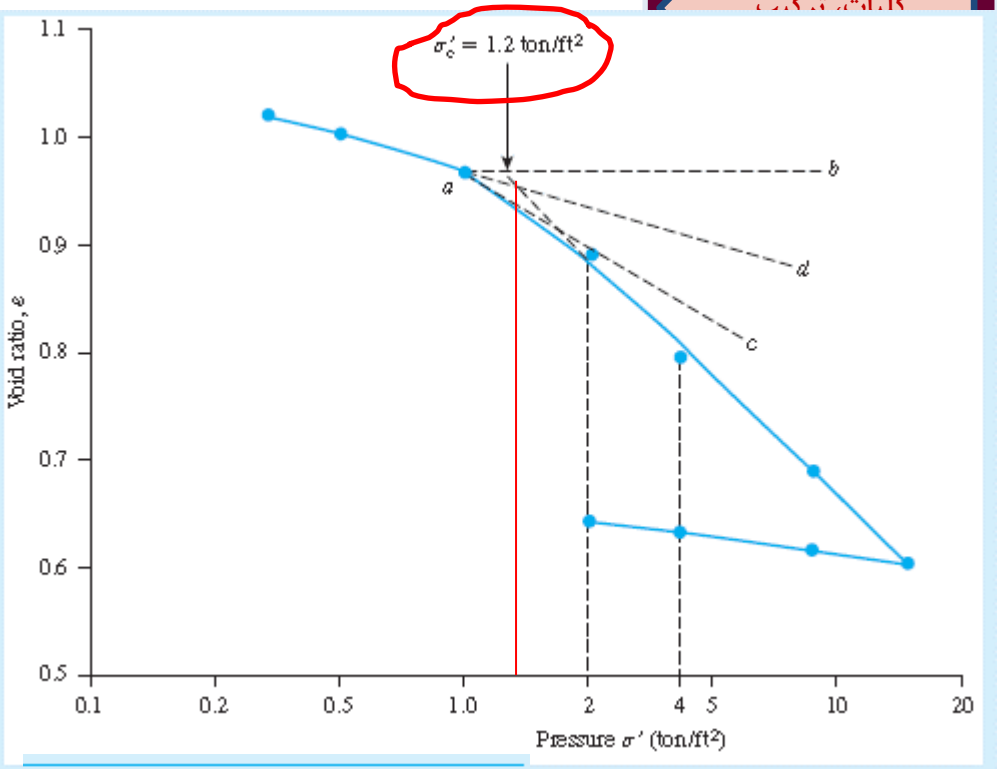

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تعیین ضریب فشردگی با استفاده ار نتایج آزمایشگاهی و اصلاح آن

**مثال:** نتایج تست تحکیم بصورت زیر است. مطلوبست الف) رسم منحنی e-logσ و تعیین تنش پیش تحکیمی به روش کازاگرانده ب) تعیین ضریب فشردگی و تورم ج) ضریب تخلخل در تنش ۱۲ تن بر فوت مربع چقدر است؟

| Pressure, $\sigma'$ (ton /ft$^2$) | Void ratio, $e$ | Remarks | Pressure, $\sigma'$ (ton /ft$^2$) | Void ratio, $e$ | Remarks |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.25 | 1.03 | Loading | 8.0 | 0.71 | Loading |
| 0.5 | 1.02 | | 16.0 | 0.62 | |
| 1.0 | 0.98 | | 8 | 0.635 | Unloading |
| 2.0 | 0.91 | | 4 | 0.655 | |
| 4.0 | 0.79 | | 2 | 0.67 | |




| Branch | $e$ | $\sigma_0'$ (ton /ft$^2$) |
|---|---|---|
| Loading | 0.9 | 2 |
| | 0.8 | 4 |
| Unloading | 0.67 | 2 |
| | 0.655 | 4 |

حل ب) با توجه به شیب خط در قسمت بارگذاری و باربرداری می توان ضریب فشردگی و تورم را تعیین کرد.

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{\log\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}} = \frac{0.9 - 0.8}{\log\left(\frac{4}{2}\right)} = \mathbf{0.33} \qquad C_s = \frac{e_1 - e_2}{\log\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}} = \frac{0.67 - 0.655}{\log\left(\frac{4}{2}\right)} = 0.05$$

حل ج) با توجه به داشتن ضریب فشردگی و دانستن ضریب تخلخل در تنش ۲ تن بر فوت مربع، میزان تخلخل را برای تنش های دیگر تعیین کرد.

$$C_C = \frac{e_1 - e_3}{\log\frac{\sigma_3'}{\sigma_1'}} \qquad 0.33 = \frac{0.9 - e_3}{\log\left(\frac{12}{2}\right)} \qquad e_3 = 0.9 - 0.33\log\left(\frac{12}{2}\right) = \mathbf{0.64}$$

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تحکیم ثانویه

تحکیم ثانویه بعد از نشست تحکیم اولیه اتفاق می افتد و این نشست ناشی از تغییر بافت مجموعه ذرات رس می باشد. این پدیده همانند خزش است که تحت بار یا تنش ثابت با گذشت زمتن تغییر شکل رخ می دهد. این نشست در مقایسه با نشست تحکیم اولیه در انواع رسها کم و ناچیز است ولی در خاکهایی که دارای مواد آلی زیاد است، نشست تحکیم ثانویه ممکن است از نشست تحکیم اولیه بیشتر باشد. همانطور گفته شد، نشست تحکیم ثانویه در پایان تحکیم اولیه رخ می دهد و فشار آب حفره ای در این حالت همواره صفر است.

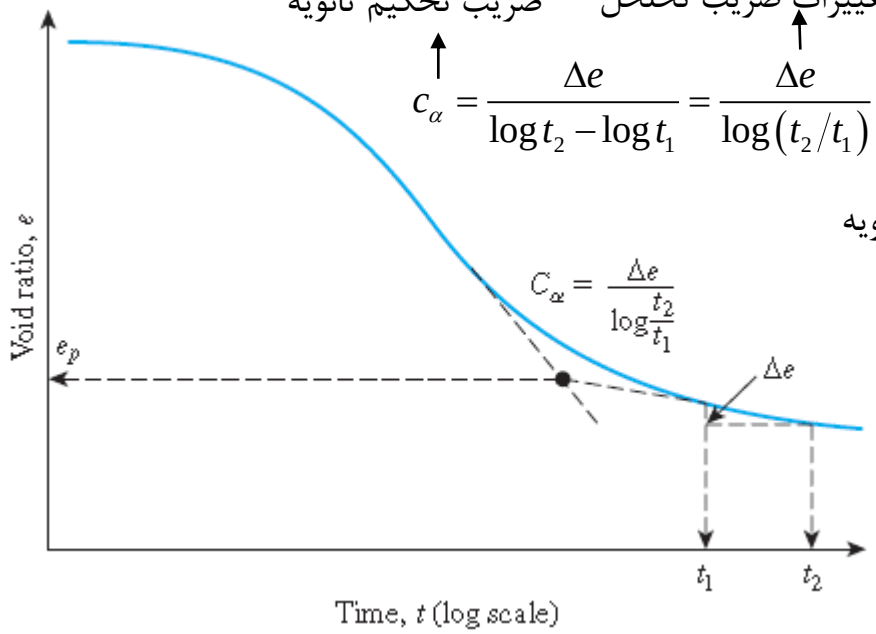
ضریب تحکیم ثانویه — تغییرات ضریب تخلخل

$$c_\alpha = \frac{\Delta e}{\log t_2 - \log t_1} = \frac{\Delta e}{\log\left(t_2/t_1\right)}$$

ارتفاع لایه — زمان مورد نظر

$$S_s = c'_\alpha H_t \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right), \quad c'_\alpha = \frac{c_\alpha}{1+e_p}$$

نشست تحکیم ثانویه — زمان شروع تحکیم ثانویه




مقادیر $c'_\alpha$ برای انواع خاکهای ریزدانه:

$$\begin{cases} c'_\alpha \le 0.001 & \text{رس پیش تحکیمی} \\ 0.005 \le c'_\alpha \le 0.03 & \text{رس عادی تحکیمی} \\ c'_\alpha \ge 0.04 & \text{خاک آلی} \end{cases}$$

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تحکیم ثانویه

**مثال:** نشست تحکیمی کل خاک رس عادی تحکیم بعد از ۵ سال و تحت مشخصات زیر را تعیین کنید؟

ضخامت خاک رس = ۸.۵ فوت

ضریب تخلخل اولیه خاک = ۰.۸

تنش اولیه= ۲۶۵۰ پوند بر فوت مربع

اضافه تنش = ۹۷۰ پوند بر فوت مربع

ضریب فشردگی خاک = ۰.۲۸

ضریب فشردگی ثانویه = ۰.۰۲

زمان پایان تحکیم اولیه = ۱.۵ سال

ارتفاع لایه — زمان مورد نظر

نشست تحکیم ثانویه ← $S_{cs} = \frac{c_\alpha}{1+e_p} H \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right)$,

ضریب تخلخل پایان تحکیم اولیه — زمان پایان تحکیم اولیه

$$\Delta e_p = c_c \log\left(\frac{\sigma_0 + \Delta\sigma}{\sigma_0}\right) = 0.28 \times \log\left(\frac{2650+970}{2650}\right) = 0.038$$

$$S_{cp} = \frac{\Delta e_p H}{1+e_0} = \frac{0.038 \times 8.5 \times 12}{1+0.8} = 2.15\,\text{in}$$

$$e_p = e_0 - \Delta e_p = 0.8 - 0.038 = 0.762$$

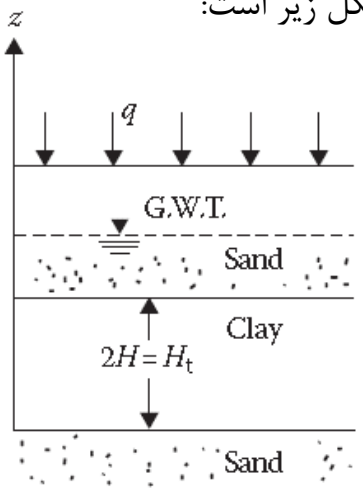
$$S_{cs} = \frac{c_\alpha}{1+e_p} H_t \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right) = \frac{0.02}{1+0.762}(8.5\times12)\log\left(\frac{5}{1.5}\right) = 0.59\,\text{in}$$

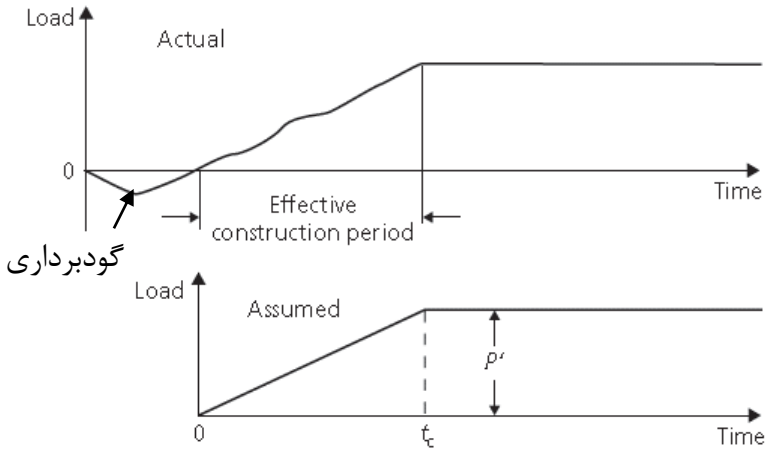
$$S_c = S_{cp} + S_{cs} = 2.15 + 0.59 = 2.74\,\text{in}$$

# نشست خاک و پدیده تحکیم

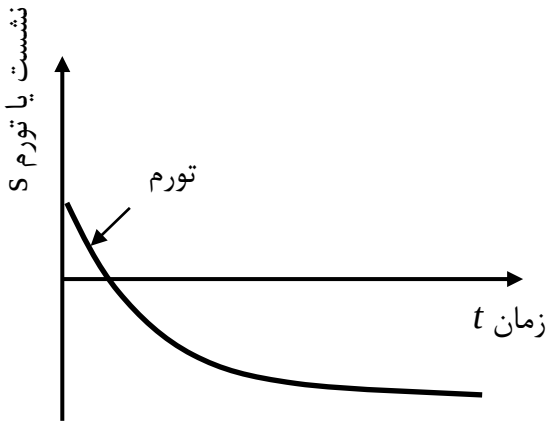
## تاثیر مدت زمان ساخت

باری که ناشی از ساخت سازه در فرآیند احداث آن نسبت به زمان است به صورت شکل زیر است:




**پروژه:** در مورد نشست تحکیمی، چون تنش q تابعی از زمان است، برای محاسبه اضافه فشار آب حفره ای ناشی از اضافه تنش q و نشست باید روابط قبلی اصلاح شود.
موضوع: تحکیم تحت تنش وابسته به زمان



# نشست خاک و پدیده تحکیم

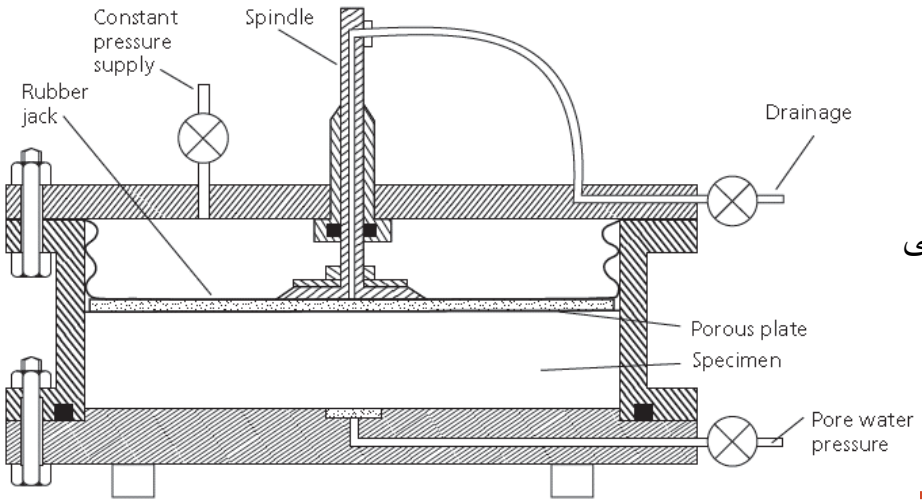
## نکته مهم اول

نتایج آزمایش تحکیم یک بعدی و آنچه در واقعیت است کمی باهم متفاوت است و $c_v$ آزمایشگاهی کمتر از $c_v$ واقعی است. دلیل آن این است که ممکن است در خاک واقعی درشت دانه هایی وجود داشته باشد (ناهمگونی) که باعث افزایش نفوذپذیری خاک می شود.

$$c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w}, \qquad k \uparrow \qquad c_v \uparrow$$

به همین دلیل سعی شده است که آزمایش تحکیم با مقیاس بزرگتری طراحی گردد. این آزمایش با استفاده از جک هیدرولیکی انجام می گیرد و قابلیت بارگذاری با شدت بیشتر را دارد.

ممکن است دستگاه تحکیم مجهز به فشارسنج آب حفره ای باشد تا در هر مرحله از بارگذاری متوجه شویم که فشار آب حفره ای در چه زمانی صفر می شود.

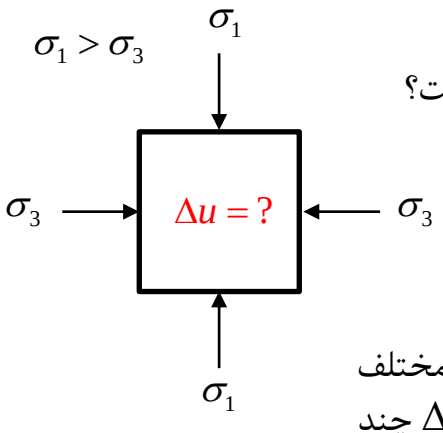



**پروژه:** روش انجام آزمایش تحکیم هیدرولیکی و جزئیات آن


کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## نکته مهم دوم




**سوال:** اضافه فشار آب حفره ای در حالت زهکشی نشده و تحکیم نیافته چقدر است؟

$$\Delta u \Rightarrow \sigma_3$$
$$\Delta u \Rightarrow \sigma_1$$

فشار آب حفره ای بر خلاف تنش یک کمیت اسکالر است و در یک نقطه و جهات مختلف مقداری ثابت است و وابسته به جهت نیست بنابراین این سوال پیش می آید که $\Delta u$ چند است آیا برابر با $\sigma_1$ است یا $\sigma_3$؟

**پاسخ:** برابر با مقدار زیر است که $A$ و $B$ ضرایب اسکمپتون هستند که در فصل بعد به تفسیر راجع آن صحبت می شود. مقدار $B$ برای خاک اشباع برابر با یک است.

$$\Delta u = B\sigma_3 + A(\sigma_1 - \sigma_3)$$

**اصلاح نشست تحکیمی اولیه با روش اسکمپتون-بیروم:**

$$S_c = \mathrm{K} \times S_{c(oed)}$$

$S_c$: نشست تحکیمی اصلاح شده

$S_{c(oed)}$: نشست تحکیمی اصلاح نشده

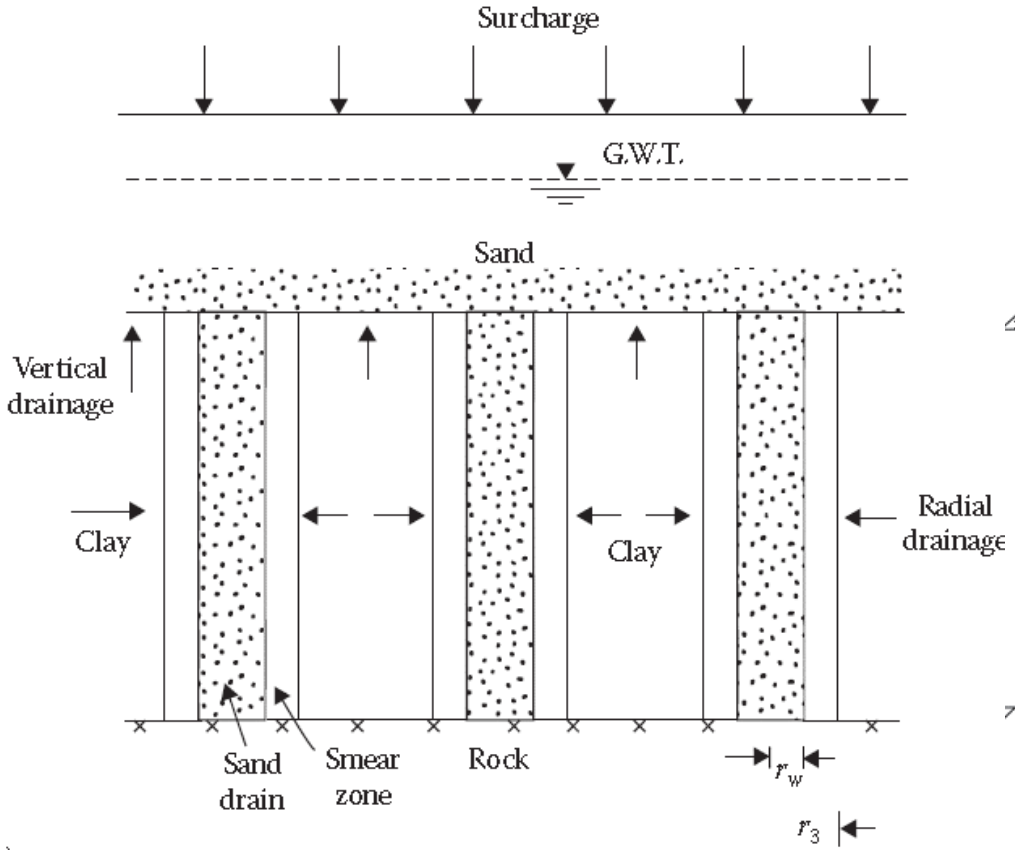
K: ضریب اصلاح که تابعی از ضریب اسکمپتون $A$ است.

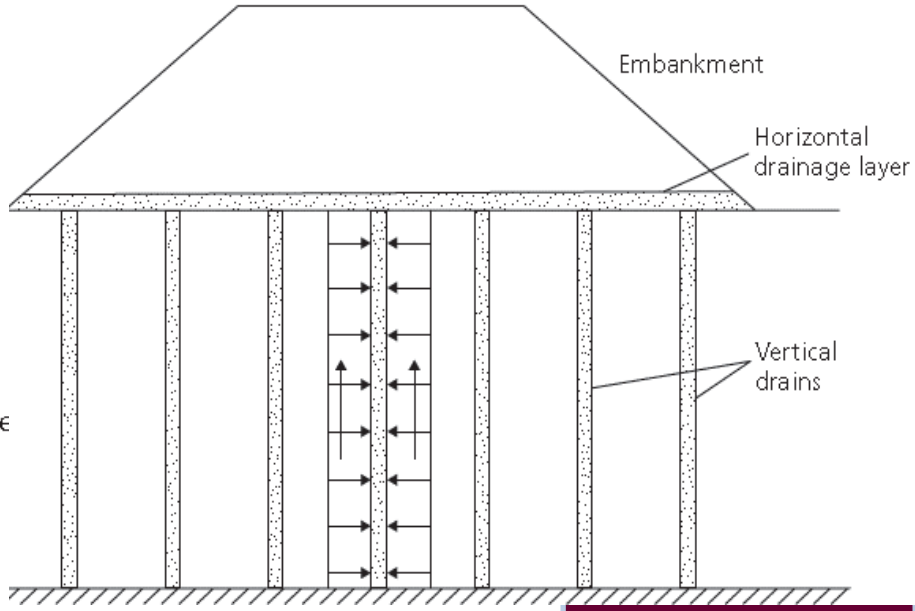

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## زهکش های ماسه ای(Sand Drain) و ستون سنگی(Stone Column)

روشی برای تحکیم و زهکشی سریعتر خاک های ریزدانه است. این تکنیکها برای خاک هایی که قابلیت روانگرایی بالایی دارند نیز بکار می رود. مصالحی که برای ستون سنگی و زهکشها استفاده می شود معمولا از جنس شن و ماسه خوب دانه بندی شده است.

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک



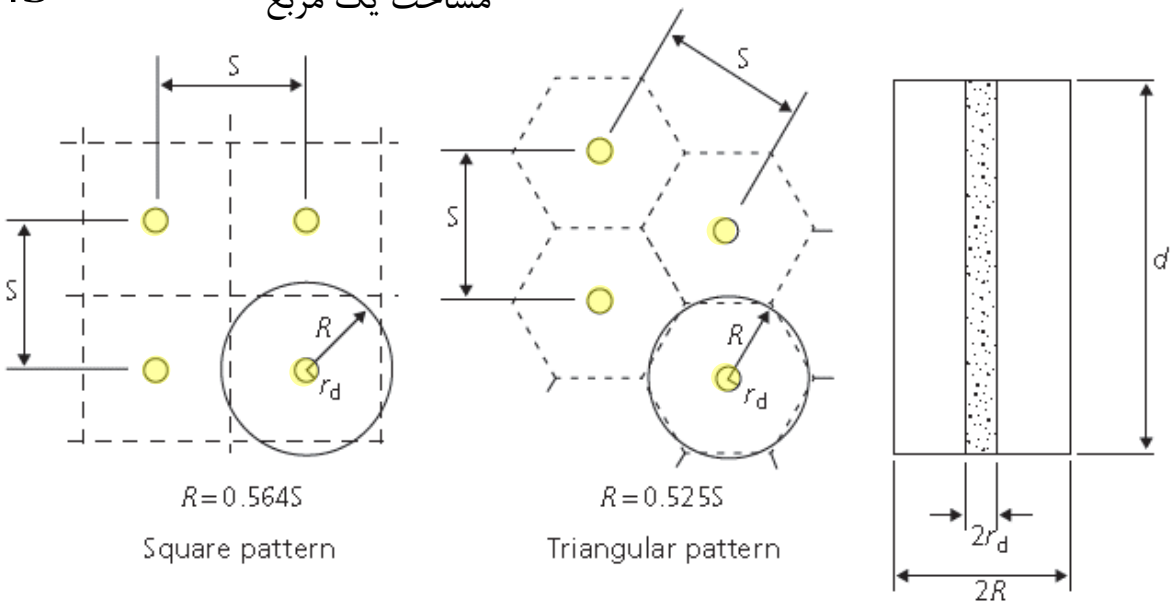



# نشست خاک و پدیده تحکیم

## زهکش های ماسه ای(Sand Drain) و ستون سنگی(Stone Column)

آرایش زهکش ها به دو صورت متداول است. ۱- مثلثی ۲- مربعی

$$A_{rr} = \frac{\pi D^2}{4S^2} = \frac{\text{مساحت یک ستون سنگی}}{\text{مساحت یک مربع}}$$



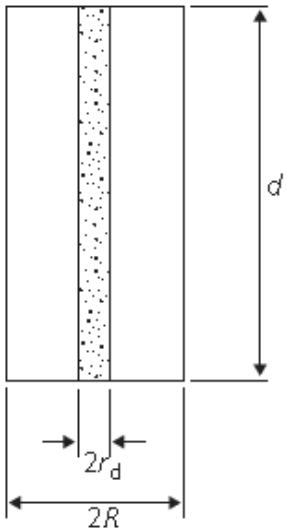

**پروژه:** روش اجرای ستون سنگی و زهکش ماسه ای با جزئیات و عملکرد آن ها در فرآیند تحکیم

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## زهکش های ماسه ای(Sand Drain) و ستون سنگی(Stone Column)

معادلات حاکم بر زهکش شعاعی با تقارن محوری و شرایط مرزی و اولیه:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = c_h\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u}{\partial r}\right), \quad \text{B.C \& I.C} \begin{cases} r = r_d \rightarrow u = 0 \\ r = R \rightarrow \partial u/\partial r = 0 \\ t = 0 \rightarrow u = \Delta\sigma \end{cases} \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} = c_v \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad \begin{cases} c_h = \dfrac{k_h}{m_v \gamma_w} \\ c_v = \dfrac{k_v}{m_v \gamma_w} \end{cases} \end{cases}$$




معادله تحکیم برای حالت سه بعدی در مختصات استوانه ای:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_h\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

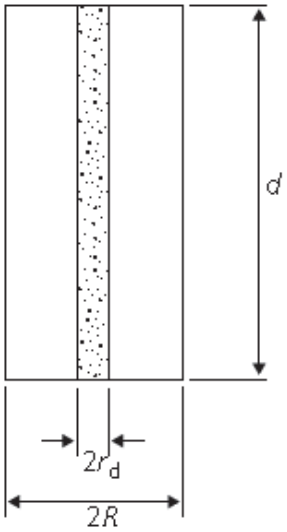
عامل زمان بدون بعد:

$$T_h = \frac{c_h t}{4R^2} = \frac{c_h t}{D^2}, \quad T_v = \frac{c_v t}{H_{dr}^2}$$

**نکته:** معمولا نفوذپذیری خاکها در جهت افقی ۲ تا ۱۰ برابر بیشتر از راستای قائم است بنابراین $c_h > c_v$ می باشد.

## زهکش های ماسه ای(Sand Drain) و ستون سنگی(Stone Column)

متوسط درجه تحکیم در حالت زهکشی شعاعی و قائم به صورت همزمان(مختصات استوانه ای):




درجه تحکیم قائم

$$1-\bar{U}_{vr}=\left(1-\bar{U}_{v}\right)\left(1-\bar{U}_{r}\right)$$

درجه تحکیم شعاعی

متوسط درجه تحکیم سه بعدی در مختصات دکارتی:

$$1-\bar{U}_{xyz}=\left(1-\bar{U}_{x}\right)\left(1-\bar{U}_{y}\right)\left(1-\bar{U}_{z}\right)$$

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

## زهکش های ماسه ای(Sand Drain) و ستون سنگی(Stone Column)

**مثال:** یک رس مکعبی مربعی به ضلع ۶ متر از ۶ وجه زهکشی می شود. اگر در اثر سربار، فشار آب حفره ای در مرکز خاک برابر با ۱.۵ کیلوگرم بر سانتی متر مربع شود و ضریب تحکیم در همه جهات برابر با ۰.۰۴ سانتی متر مربع بر دقیقه باشد مطلوبست متوسط درجه تحکیم بعد از ۶۳۰ روز؟

**حل:** چون ضرایب تحکیم و ارتفاع زهکش ها در همه جهات یکسان است پس ضریب بدون بعد زمان نیز در همه جهات ها یکسان هستند. بنابراین داریم:

$$T_{vx} = T_{vy} = T_{vz} = \frac{c_v t}{H_{dr}^2} = \frac{0.04 \times 630 \times 60 \times 24}{\left(\frac{600}{2}\right)^2} = 0.403$$

$$T_v = 0.403 \rightarrow \bar{U}_{x,t} = \bar{U}_{y,t} = \bar{U}_{z,t} = 70\%$$

$$\bar{U}_{xyz} = 1-\left(1-\bar{U}_x\right)\left(1-\bar{U}_y\right)\left(1-\bar{U}_z\right) = 1-(1-0.7)(1-0.7)(1-0.7) = 0.973$$

$$\bar{U}_{xyz} = 97.3\%$$

کلیات، ترکیب...
تراکم خاک
تنش موثر و نشت
تنش در توده خاک
نشست خاک
مقاومت برشی خاک
پایداری شیروانی
فشار جانبی خاک

Thanks For Your Attention

# نشست خاک و پدیده تحکیم

## تحلیل معادله تحکیم از روش جداسازی متغییرها

**معادله تحکیم:**

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}$$

**شرایط مرزی و اولیه:**

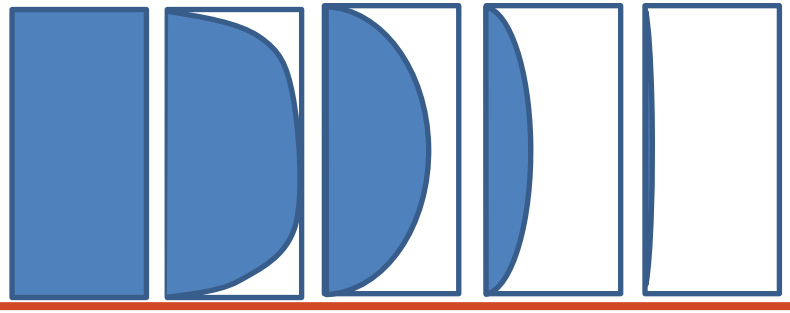
$$\begin{cases} u(z,0) = \Delta\sigma = u_0, \\ u(0,t) = 0, \\ u(2H_{dr},t) = 0, \end{cases}$$

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{H_{dr}} \int_0^{2H_{dr}} u_0 \sin\frac{n\pi z}{2H_{dr}} dz \right) \left( \sin\frac{n\pi z}{2H_{dr}} \right) \exp\left( \frac{n^2\pi^2 c_v t}{4H_{dr}^2} \right), \quad n = 2m+1, m = 0,1,2,\ldots$$

اگر $u_0$ در عمق ثابت باشد آنگاه رابطه فوق بصورت زیر ساده می شود:

$$u(z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2u_0}{M} \sin\frac{Mz}{H} \exp\left(-M^2 T_v\right), \quad M = \frac{(2m+1)\pi}{2}, T_v = \frac{c_v t}{H_{dr}^2}$$

**منحنی های آیزیکرونز Isochrones :**



با عددگذاری و پیدا کردن چند جمله از سری فوق می توان فشار آب حفره ای را تابعی از عمق و زمان تقریب زد. هر چه تعداد جملات $m$ را بیشتر بگیریم، جواب دقیق تر است.

## ■ مدلسازی تحکیم یک بعدی:

### ✓ ۳- حل معادله تحکیم یک بعدی با روش تفکیک پذیری(جداسازی) به کمک سری فوریه :

❖ برای حل معادله تحکیم سه گام وجود دارد:

**گام اول:** تبدیل معادله دیفرانسیل جزئی به دو معادله دیفرانسیل معمولی

$$*\ \frac{\partial u}{\partial t}=c_v\frac{\partial^2 u}{\partial z^2},\quad c_v=\frac{k}{m_v\gamma_w}$$

شرایط مرزی B.C $\quad u(0,t)=u(2H_{dr},t)=0 \quad t\geq 0$

شرایط اولیه I.C $\quad u(z,0)=u_0(z) \quad 0\leq x\leq 2H_{dr}$

روابط مقابل را در رابطه استار جایگذاری می کنیم:

$$u(z,t)=F(z)G(t),\quad \frac{\partial u}{\partial t}=F(z)\dot{G}(t),\quad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=F''(z)G(t)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=c_v\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\ \Rightarrow\ u(z,t)=F(z)G(t),\ F(z)\dot{G}(t)=c_vF''(z)G(t)\ \Rightarrow\ \frac{\dot{G}}{c_vG}=\frac{F''}{F}\ **$$

حال فرض می کنیم که رابطه دو استار برابر با مقدار عددی ثابت است و نمی تواند متغییر باشد!چرا؟!
با این کار یک معادله دیفرانسیل جزئی به دو معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل شد.

$$\frac{F''}{F}=\frac{\dot{G}}{c_vG}=\mu\ \Rightarrow\ \begin{cases}F''-\mu F=0\\ \dot{G}-c_v\mu G=0\end{cases}$$

**گام دوم:** اعمال شرایط مرزی نه اولیه!
مثل مسئله تار مرتعش عدد $\mu$ می تواند به سه حالت باشد ولی وقتی $\mu$ مقداری منفی باشد منجر به جواب خواهد شد. چرا؟؟

$$u(0,t)=F(0)G(t)=0\ \Rightarrow\ G(t)\neq 0\ \text{ then }\ F(0)=0$$
$$u(2H_{dr},t)=F(2H_{dr})G(t)=0\ \Rightarrow\ G(t)\neq 0\ \text{ then }\ F(2H_{dr})=0$$

$$\begin{cases}F''-\mu F=0,\ F(0)=0,\ F(2H_{dr})=0\\ \dot{G}-c_v\mu G=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\mu=0\ \text{ or }\ \mu=p^2\ \ F\equiv 0\ \times\\ \mu=-p^2,\ F''+p^2F=0\rightarrow F(z)=A\cos pz+B\sin pz\end{cases}$$

$$F(0)=0\Rightarrow F(0)=A\cos 0+B\sin 0=A=0,\ \ F(2H_{dr})=0\Rightarrow F(2H_{dr})=B\sin p(2H_{dr})=0\Rightarrow B\neq 0,$$

$$\sin p(2H_{dr})=0,\ \ p=\frac{n\pi}{2H_{dr}},\ n=1,2,\ldots\ \Rightarrow\ F_n(z)=\sin\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}z\right),\quad \mu=-p^2=-\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}\right)^2,\ n=1,2,\ldots$$

## ■ مدلسازی تحکیم یک بعدی:

### ✓ ۳- حل معادله تحکیم یک بعدی با روش تفکیک پذیری(جداسازی) به کمک سری فوریه :

❖ برای حل سه گام وجود دارد:

$$* \frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} \qquad \left| u(0,t) = u(2H_{dr},t) = 0, u(z,0) = u_0(z) \right.$$

**گام اول:** تبدیل معادله دیفرانسیل جزئی به دو معادله دیفرانسیل معمولی

**گام دوم:** اعمال شرایط مرزی نه شرایط اولیه!

$$\begin{cases} F'' - \mu F = 0, \quad F(0) = 0, \quad F(2H_{dr}) = 0 \Rightarrow F_n(z) = \sin\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}} z\right), \quad \mu = -p^2 = -\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}\right)^2, n = 1,2,\ldots \\ \dot{G} - c_v \mu G = 0, \Rightarrow G_n = B_n e^{c_v \mu t} = B_n e^{c_v \mu t} = B_n e^{-\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}\right)^2 c_v t} \end{cases} \Rightarrow u_n(z,t) = F_n(z) G_n(t) = B_n e^{-\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}\right)^2 c_v t} \sin\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}} z\right)$$

**گام سوم:** حل کامل مسئله اعمال شرایط اولیه با کمک سری فوریه

با توجه به اینکه اگر $u_1$ و $u_2$ و ... جواب معادله خطی باشد آنگاه مجموع آنها نیز جواب معادله است، بنابراین داریم:

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}\right)^2 c_v t} \sin\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}} z\right), \quad u(z,0) = u_0(z),$$

$$u(z,0) = u_0(z) \Rightarrow u(z,0) = u_0(z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}} z\right) \xrightarrow{\text{Using Fourier sine series}} B_n = \frac{1}{H_{dr}} \int_0^{2H_{dr}} u_0(z) \sin\frac{n\pi z}{2H_{dr}} dz$$

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{H_{dr}} \int_0^{2H_{dr}} u_0(z) \sin\frac{n\pi z}{2H_{dr}} dz \right) \exp\left\{ -\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}}\right)^2 c_v t \right\} \sin\left(\frac{n\pi}{2H_{dr}} z\right),$$