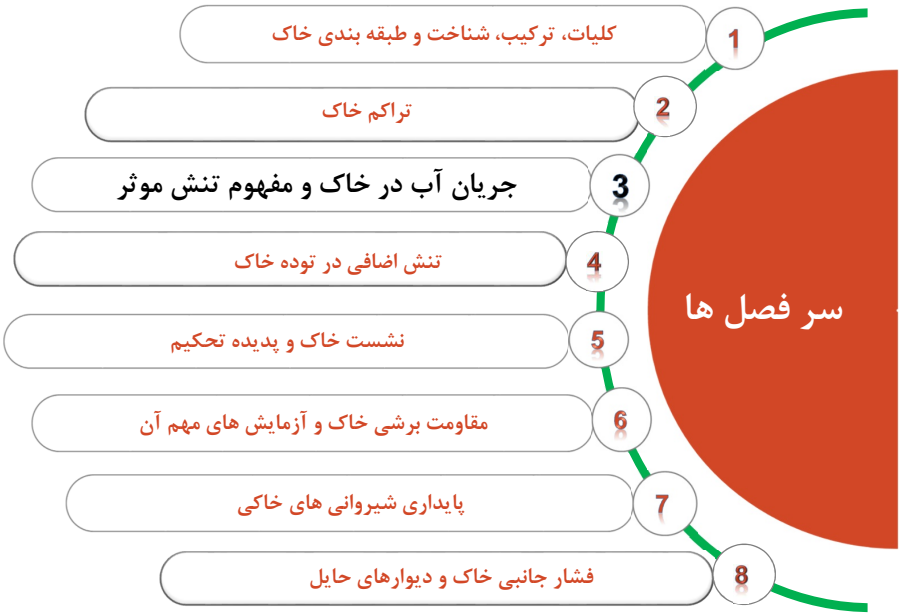
دانشگاه مازندران
دانشکده فنی و مهندسی- گروه عمران-گرایش مکانیک
خاک وپی

موضوع درس:

مکانیک خاک(Soil Mechanics)

• مدرس: علی عسگری (Ali Asgari)

نیمسال اول تحصیلی ۹۶-۹۵



نشت آب در توده خاک و مفهوم تنش موثر

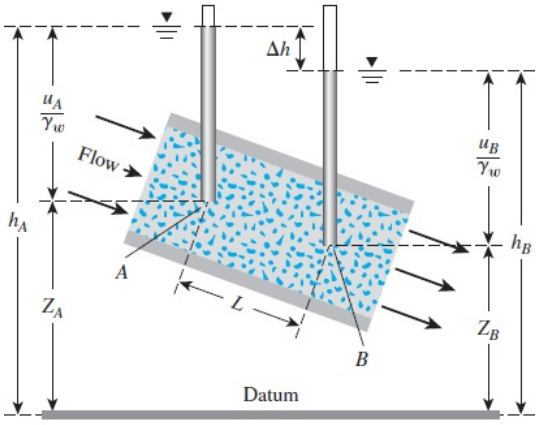
نشت(Seepage): خاک دارای فضای خالی(منفذها) می باشد که آب می تواند از این فضاهای خالی عبور کند. آب همواره از نقطه ای با انرژی بالاتر به سمت انرژی کمتر حرکت خواهد کرد.
مطابق با قاعده برنولی، میزان کل هد انرژی در یک نقطه برابر است با:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} + Z$$

↑ Total head ↑ Pressure head ↑ Velocity head ↑ Elevation head

در حرکت آب در خاک بدلیل پایین بودن سرعت، از ترم انرژی جنبشی صرفنظر می شود؛ بنابراین رابطه مقابل به صورت زیر در می آید:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + Z$$



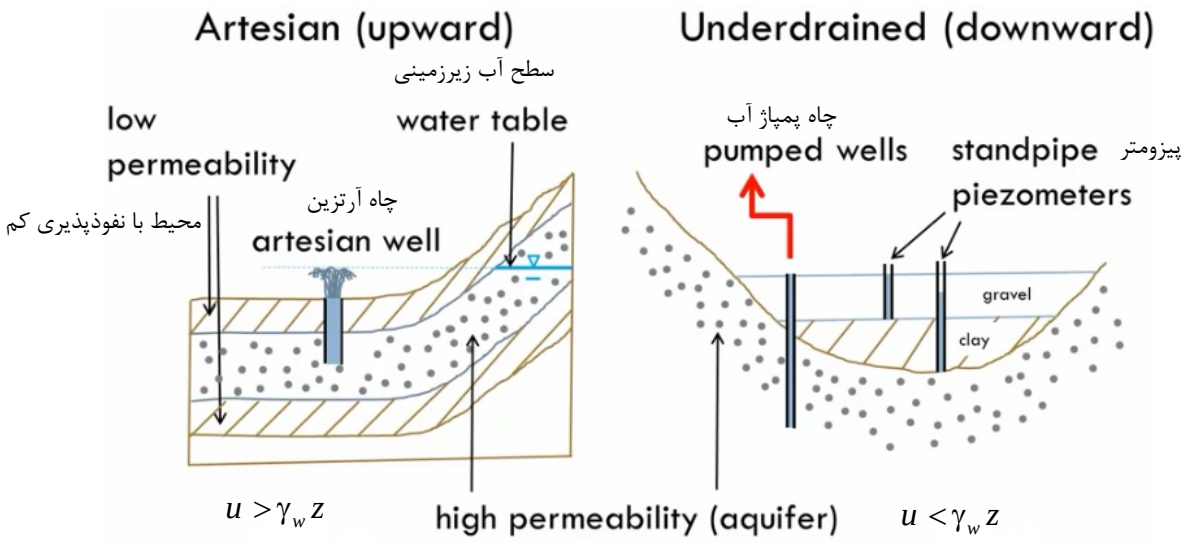
شکل مقابل ارتباط بین هد فشار، هد ارتفاع و هد کل را برای جریان آب در خاک نشان می دهد. دو لوله نشان داده شده در شکل که میزان هد فشار را نشان می دهند را پزومتر می گویند. میزان هد کل در دو نقطه A و B برابر است با:

$$h_A = \frac{u_A}{\gamma_w} + Z_A, \quad h_B = \frac{u_B}{\gamma_w} + Z_B,$$

همانطورکه در شکل مقابل مشاهده می شود میزان هد کل در نقطه A بیشتر از نقطه B است بنابراین آب از هد بالاتر(A) به هد پایین تر(B) جریان می یابد. مسلما هر جریان یا حرکتی دارای افت یا اصطکاک است که در اینجا افت هد کل(افت بار آبی Δh) بین دو نقطه و شیب آبی i(گرادیان هیدرولیکی) برابر است با:

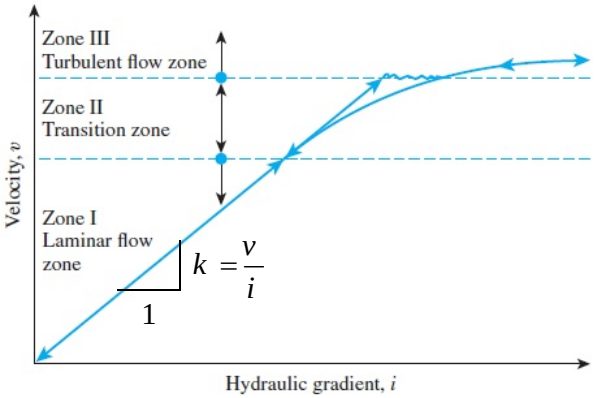
$$\Delta h = h_A - h_B = \left(\frac{u_A}{\gamma_w} + Z_A\right) - \left(\frac{u_B}{\gamma_w} + Z_B\right), \quad i = \frac{\Delta h}{L}$$

انواع رژیم های جریان آب زیر زمینی: دو نوع رژیم عمده وجود دارد. الف) رژیم آرتزین (شکل سمت چپ) ب) رژیم زهکشی(سمت راست)



محیط با نفوذپذیری زیاد

ارتباط بین شیب آبی و سرعت: شکل زیر ارتباط بین سرعت و شیب آبی را شان می دهد. این شکل به سه ناحیه برای جریان آرام Laminar flow، انتقالی Transition zone و اغتشاش Turbulent flow تقسیم شده است.



در اغلب جریان آب در خاک جریان آرام است و معمولا رابطه خطی بین سرعت و گرادیان یا شیب آبی وجود دارد.

$$v \propto i$$

درموارد کمی جریان آب در خاک جریان اغتشاش دارد (مثلا در برخی از سنگهای درزه دار، شن ها و ماسه های درشت دانه) که رابطه فوق اعتبار ندارد و می تواند بصورت یک رابطه ی توانی بیان شود:

$$v \propto i^{\beta}$$

قانون دارسی(Darcy's Law): دارسی در سال ۱۸۵۶ بر اساس مشاهدات خود در ماسه تمیز نشان داد که بین شیب آبی و سرعت یک رابطه خطی برقرار است که برابر است با:

$$v = ki = k\frac{\Delta h}{L} \qquad v_j = k_j\frac{dh}{dL_j}$$

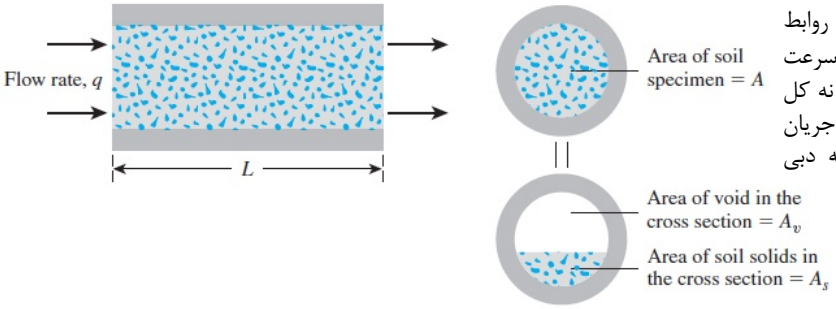
که در آن k ضریب نفوذپذیری خاک است. رابطه دارسی شبیه قانون هوک $f = k\delta$ است که به نوعی پارامترهای مکانیکی را به پارامترهای هندسی مرتبط می کند. توجه شود که k در رابطه هوک سختی فنر، δ میزان جابجایی و f نیروی وارد بر فنر است.

همانطور که اشاره شد قانون دارسی برای جریان آرام معتبر است. به عبارت دیگر برای عدد رینولدز کوچکتر از یک برقرار است:

$$R_n = \frac{\rho v D_{10}}{\mu} \le 1$$

که در آن D_{10} قطر موثر خاک و ρ و μ به ترتیب جرم مخصوص و گرانروی سیال یا آب است.

سرعت واقعی و ظاهری جریان: در روابط قبلی سرعت همان سرعت ظاهری v است. سرعت واقعی v_sدر سطح منافد (A_v) رخ می دهد نه کل سطح (A)؛ بنابراین سرعت واقعی از ظاهری جریان بیشتر است. برای اثبات می توان از رابطه دبی استفاده کرد.



$$q = Av = A_v v_s$$

$$A = A_s + A_v$$

$$q = (A_s + A_v)v = A_v v_s$$

$$v_s = \frac{(A_s + A_v)}{A_v}v = \frac{(A_s + A_v)L}{A_v L}v = \frac{(V_s + V_v)}{V_v}v = \frac{v}{n} = \frac{1+e}{e}v$$

اندازه نفوذپذیری برخی از خاک ها:

Soil type	k_z (cm/s)	Description	Drainage
Clean gravel (GW, GP)	>1.0	High	Very good
Clean sands, clean sand and gravel mixtures (SW, SP)	1.0 to 10^{-3}	Medium	Good
Fine sands, silts, mixtures comprising sands, silts, and clays (SM-SC)	10^{-3} to 10^{-5}	Low	Poor
Weathered and fissured clays			
Silt, silty clay (MH, ML)	10^{-5} to 10^{-7}	Very low	Poor
Homogeneous clays (CL, CH)	$<10^{-7}$	Practically impervious	Very poor

Fissured clay: رس ترک خورده که ابندا اشباع بود و سپس با خشک شدن ترک زیادی گرفت که باعث افزایش نفوذپذیری آن می شود.

عوامل موثر بر نفوذپذیری خاک:

۱- شکل و اندازه دانه های خاک: هر چقدر خاک ریزتر باشد نفوذپذیری آن کاهش می یابد.
۲- نسبت تخلخل: هر چقدر نسبت تخلخل خاک کمتر باشد نفوذپذیری آن کاهش می یابد.
۳- درجه اشباع: با افزایش درجه اشباع خاک نفوذپذیری نیز افزایش می یابد.
۴- ترکیب دانه ها: ضریب نفوذپذیری با افزایش ضخامت لایه دوگانه کاهش می یابد.
۵- ساختار خاک: ساختار مجتمع یا درهم ضریب نفوذپذیری بیشتری را نسبت به ساختار موازی دارد.
۶- لزجت یا گرانروی سیال μ: هر چقدر سیال گرانروی بیشتری داشته باشد نفوذپذیری آن کمترمی شود. البته ذکر این نکته ضروری است که گرانروی خود تابع دما و نوع سیال است.

$$k = \frac{\rho_w g}{\mu}\overline{K}$$

که در آن ρ_w جرم مخصوص سیال و $\overline{K}$ ضریب نفوذپذیری مطلق است. رابطه مقابل را می توان بر حسب تاثیرات دما به صورت زیر نیز نوشت:

$$\frac{k_{T_1}}{k_{T_2}} = \left(\frac{\mu_{T_2}}{\mu_{T_1}}\right)\left(\frac{\rho_{w(T_1)} g}{\rho_{w(T_1)}}\right)$$

رابطه مقابل وقتی کاربرد دارد که ضریب نفوذپذیری خاک در یک دمای خاص را داریم و بخواهیم در دمای دیگری مقدار آن را تعیین کنیم.

جدول تغییرات گرانروی آب نسبت به دما:

Temperature, T (°C)	$\mu_{T_C}/\mu_{20^\circ C}$	Temperature, T (°C)	$\mu_{T_C}/\mu_{20^\circ C}$
15	1.135	23	0.931
16	1.106	24	0.910
17	1.077	25	0.889
18	1.051	26	0.869
19	1.025	27	0.850
20	1.000	28	0.832
21	0.976	29	0.814
22	0.953	30	0.797

روابط تجربی برای تعیین نفوذپذیری خاک دانه ای:

۱- رابطه هازن(1930) Hazen برای ماسه ریز یکنواخت:

$$k\,(\text{cm/s}) = \{100\text{ to }150\} \times \left(D_{10}\,(\text{cm})\right)^2$$

۳- برای خاک دانه ای(1974) Amer and Awad :

$$k \propto \frac{e^3}{1+e} \;\rightarrow\; k\,(\text{cm/s}) = 35\left(\frac{e^3}{1+e}\right) C_u^{0.6}\left[\left(D_{10}\,(\text{mm})\right)^{2.32}\right]$$

۳- رابطه دیگر برای ماسه(2004) Chapuis:

$$k \propto \frac{e^3}{1+e} \;\rightarrow\; k\,(\text{cm/s}) = 2.4622\left[\left(D_{10}\,(\text{mm})\right)^2 \frac{e^3}{1+e}\right]^{0.7825}$$

روابط تجربی برای تعیین نفوذپذیری خاک رسی عادی تحکیم:

۱- رابطه Samarasinghe, *et al.* (1982): که در آن C و n از داده های آزمایشگاهی تعیین می شود.

$$k = C\left(\frac{e^n}{1+e}\right)$$

مثال: دو آزمایش نفوذپذیری بر روی رس عادی تحکیم انجام شده است که نتایج به صورت جدول زیر است. مطلوبست تخمین میزان نفوذپذیری خاک رس با ضریب تخلخل ۰.۷۵ ؟ از رابطه Samarasinghe, *et al.* (1982) استفاده کنید.

Void ratio	k (cm/sec)
1.1	0.302×10^{-7}
0.9	0.12×10^{-7}

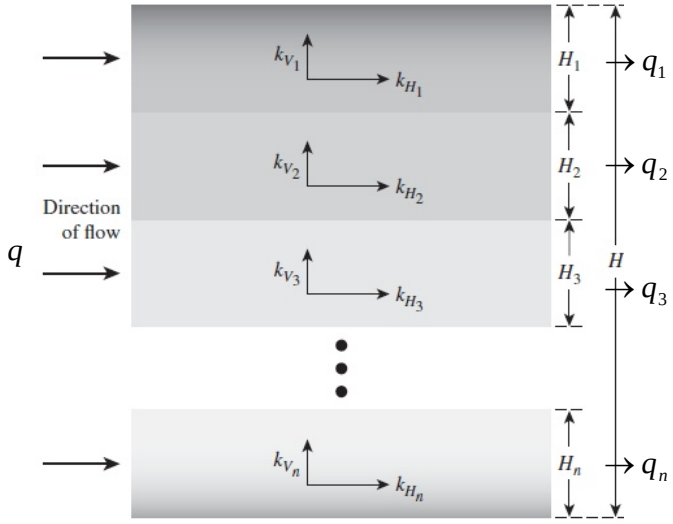
$$k = C\left(\frac{e^n}{1+e}\right)$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\left(\frac{e_1^n}{1+e_1}\right)}{\left(\frac{e_2^n}{1+e_2}\right)} = \frac{\left(\frac{1.1^n}{1+1.1}\right)}{\left(\frac{0.9^n}{1+0.9}\right)} = \frac{0.302\times10^{-7}}{0.12\times10^{-7}} = 2.517 \qquad 2.517 = \left(\frac{1.9}{2.1}\right)\left(\frac{1.1}{0.9}\right)^n \Rightarrow 2.782 = (1.222)^n$$

$$n = \frac{\log 2.782}{\log 1.222} = 5.1 \qquad k = C\left(\frac{e^{5.1}}{1+e}\right) \qquad 0.302\times10^{-7} = C\left(\frac{(1.1)^{5.1}}{1+1.1}\right) \Rightarrow C = 0.39\times10^{-7}$$

$$k = 0.39\times10^{-7}\left(\frac{e^{5.1}}{1+e}\right) \Rightarrow k = 0.39\times10^{-7}\left(\frac{(0.75)^{5.1}}{1+0.75}\right) = 0.514\times10^{-8}$$

ضریب نفوذپذیری موثر خاکهای لایه ای:



۱- اگر جهت جریان هم جهت با لایه ها باشد: در این حالت مجموع دبی خروجی از لایه ها برابر با دبی ورودی لایه هاست و از طرف گرادیان یا شیب آبی تمام لایه ها برابر است. با این تفسیر داریم:

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$$

$$vA = v_1A_1 + v_2A_2 + \ldots + v_nA_n$$

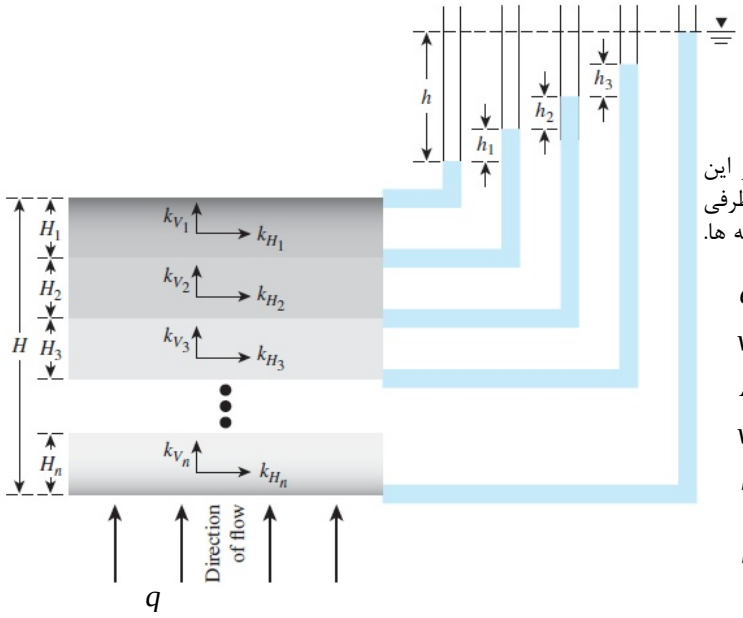
$$k_{Heq} iHL = k_{H1} i_1 H_1 L + k_{H2} i_2 H_2 L + \ldots$$

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n$$

$$k_{Heq} H = k_{H1} H_1 + k_{H2} H_2 + \ldots + k_{Hn} H_n$$

$$k_{Heq} = \frac{k_{H1} H_1 + k_{H2} H_2 + \ldots + k_{Hn} H_n}{H}$$

ضریب نفوذپذیری موثر خاکهای لایه ای:



۲- اگر جهت جریان عمود بر جهت لایه ها باشد: در این حالت دبی در هریک از لایه ها باهم برابرست و از طرفی مجموع افتهای هد کل هرلایه برابر است با افت کل لایه ها. در اینصورت داریم:

$$q = q_1 = q_2 = \ldots = q_n$$

$$vA = v_1 A_1 = v_2 A_2 = \ldots = v_n A_n$$

$$A = A_1 = A_2 = \ldots = A_n$$

$$v = v_1 = v_2 = \ldots = v_n$$

$$k_{V(eq)} i = k_{V1} i_1 = k_{V2} i_2 = \ldots = k_{Vn} i_n$$

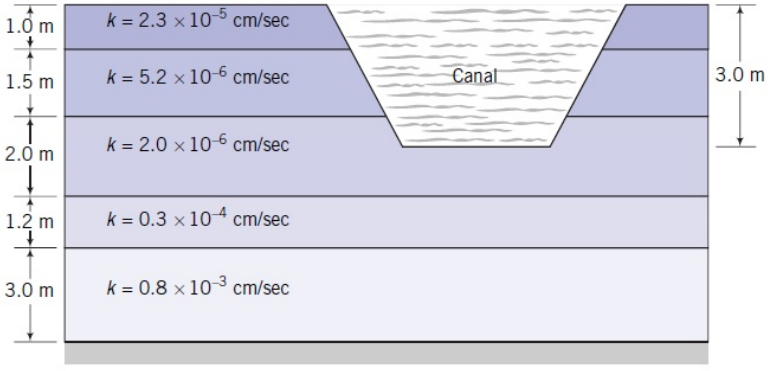
$$h = h_1 + h_2 + \ldots + h_n, \; i = \frac{h}{H}$$

$$h = iH = i_1 H_1 + i_2 H_2 + \ldots + i_n H_n, \; i = \frac{v}{k} \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{k_{V(eq)}} H = \frac{v_1}{k_{V1}} H_1 + \frac{v_2}{k_{V2}} H_2 + \ldots + \frac{v_n}{k_{Vn}} H_n$$

$$\frac{H}{k_{V(eq)}} = \frac{H_1}{k_{V1}} + \frac{H_2}{k_{V2}} + \ldots + \frac{H_n}{k_{Vn}} \Rightarrow k_{V(eq)} = \frac{H}{\frac{H_1}{k_{V1}} + \frac{H_2}{k_{V2}} + \ldots + \frac{H_n}{k_{Vn}}}$$

ضریب نفوذپذیری موثر خاکهای لایه ای:

مثال) ضریب نفوذپذیری معادل افقی و قائم را برای کانال زیر با توجه به موقعیت آن و جهت جریان تعیین کنید؟



$$k_{Heq} = \frac{k_{H1} H_1 + k_{H2} H_2 + \ldots + k_{Hn} H_n}{H}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\begin{matrix} 1 \times 0.23 \times 10^{-6} + 1.5 \times 5.2 \times 10^{-6} \\ + 0.5 \times 2 \times 10^{-6} \end{matrix}\right)$$

$$= 3 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$k_{V(eq)} = \frac{H}{\frac{H_1}{k_{V1}} + \frac{H_2}{k_{V2}} + \ldots + \frac{H_n}{k_{Vn}}}$$

$$= \frac{3}{\frac{1}{10^{-6}}\left(\frac{1}{0.23} + \frac{1.5}{5.2} + \frac{0.5}{2}\right)}$$

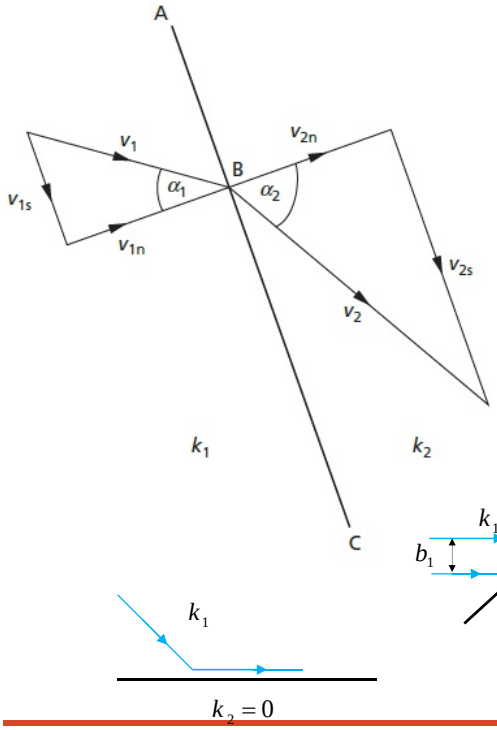
$$= 0.61 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

ضریب نفوذپذیری معادل قائم در زیر کانال:

$$H = 1.5 + 1.2 + 3 = 5.7 \text{ m}$$

$$k_{V(eq)} = \frac{5.7}{\frac{1}{10^{-6}}\left(\frac{1.5}{2} + \frac{1.2}{30} + \frac{3}{800}\right)} = 7.2 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

شرایط انتقال و پدیده انکسار در خط جریان آب در خاک:



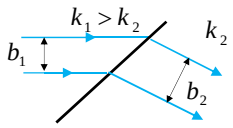
اگر جهت جریانی با سرعت v_1در یک لایه با نفوذپذیری k_1و با زاویه α_1 نسبت به خط عمود بر فصل مشترک به یک لایه با نفوذپذیری k_2 برسد آنگاه سرعت جریان v_2 با توجه به رابطه زیر تغییر می کند:

$$\frac{v_{1s}}{k_1} = \frac{v_{2s}}{k_2}$$

اگر جهت پیوسته باشد آنگاه می توان گفت که سرعتها در جهت نرمال با هم برابر هستند. به عبارت دیگر $v_{1n} = v_{2n}$ است. بنابراین رابطه فوق را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{k_1}\frac{v_{1s}}{v_{1n}} = \frac{1}{k_2}\frac{v_{2s}}{v_{2n}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{k_1}{k_2}$$

نکته ۱: اگر $k_1 > k_2$ باشد آنگاه خطوط جریان بازتر می شود.



$$\text{if } k_1 > k_2 \Rightarrow b_1 < b_2$$

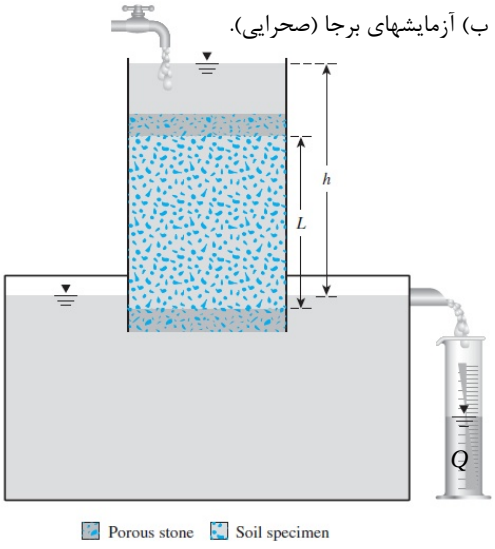
نکته ۲: اگر خط جریانی به یک لایه نفوذناپذیر برخورد کند یعنی $k_2 = 0$ باشد آنگاه جهت جریان موازی با لایه نفوذناپذیر حرکت می کند.

روش های تعیین نفوذپذیری خاک:

به دو صورت می توان نفوذپذیری خاک را تعیین کرد: الف) روش های آزمایشگاهی و ب) آزمایشهای برجا (صحرایی).

انواع روش های آزمایشگاهی:

۱- روش بار آبی ثابت (معمولا برای درشت دانه ها)
۲- روش با آبی متغیر(معمولا برای خاک های ریز دانه)
۳-تعیین غیرمستقیم با استفاده از آزمایش تحکیم
۴- تعیین غیرمستقیم با استفاده از آزمایش موئینگی افقی



۱- روش بار آبی ثابت ASTM D5084: این آزمایش برای تعیین نفوذپذیری نمونه خاک دست نخورده و اشباع و معمولا برای خاک های درشت دانه به کار می رود. با استفاده از پمپ خلا یا دستگاه مکش می توان هوای داخل خاک را خارج کرد و آن را زودتر به حالت اشباع رساند. در بالا و پایین نمونه از فیلتر و سنگ متخلخل استفاده می شود. دلیل این کار عدم تمرکز جریان آب از یک نکته از نمونه در محل تزریق و پخش یکنواخت جریان است. علاوه بر این با به کارگیری فیلترها، باعث عدم خروج دانه ها به داخل منبع آب پایینی می شود. سپس ضریب نفوذپذیری k را با ثابت نگه داشتن هد h از رابطه زیر بدست می آوریم که در آن Q میزان حجم آب جمع شده در ظرف استوانه ای مدرج و در زمان t است و A و L به ترتیب سطح مقطع و ارتفاع نمونه است.

$$q = kiA = \frac{Q}{t} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{Q/t}{(h/L)A} \Rightarrow \quad k = \frac{QL}{Aht}$$

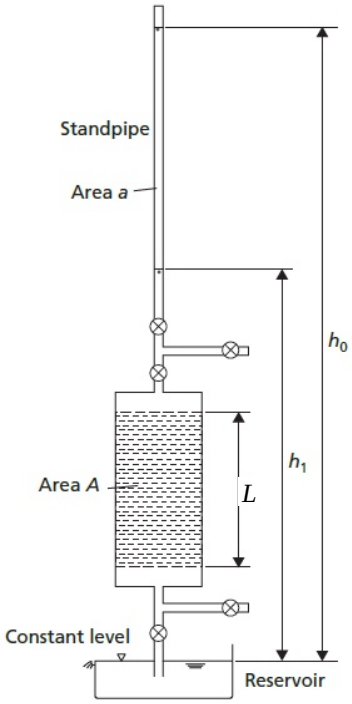
انواع روش های آزمایشگاهی:

۱- روش بار آبی ثابت (معمولا برای درشت دانه ها)

۲- روش با آبی متغیر(معمولا برای خاک های ریز دانه)

۳-تعیین غیرمستقیم با استفاده از آزمایش تحکیم

۴- تعیین غیرمستقیم با استفاده از آزمایش مونینگی افقی



۱- روش بار آبی متغیر: این آزمایش برای تعیین نفوذپذیری نمونه خاک دست نخورده و اشباع و معمولا برای خاک های ریز دانه به کار می رود. با استفاده از پمپ خلا یا دستگاه مکش می توان هوای داخل خاک را خارج کرد و آن را زودتر به حالت اشباع رساند. در بالا و پایین نمونه از فیلتر و سنگ متخلخل استفاده می شود. دلیل این کار عدم تمرکز جریان آب از یک نکته از نمونه در محل تزریق و پخش یکنواخت جریان است. علاوه بر این با به کارگیری فیلترها، باعث عدم خروج دانه ها به داخل منبع آب پایینی می شود. سپس ضریب نفوذپذیری k را با کم شدن اختلاف هد h از رابطه زیر بدست می آوریم که در آن a سطح مقطع لوله و زمان t ، زمان پایین آمدن هد از h_0 به h_1 است و A و L به ترتیب سطح مقطع و ارتفاع نمونه است

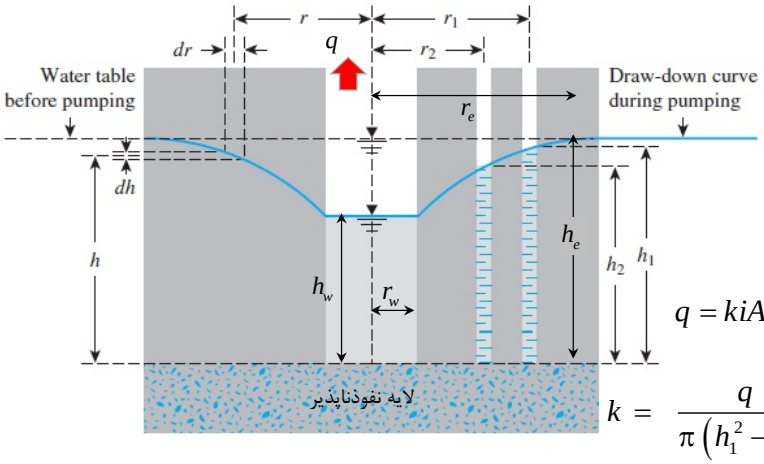
$$q = kiA = \frac{Q}{t} \Rightarrow -a\frac{dh}{dt} = Ak\frac{h}{L} \Rightarrow -a\int_{h_0}^{h_1}\frac{dh}{h} = \frac{Ak}{L}\int_0^t dt$$

$$k = \frac{aL}{At}\ln\frac{h_0}{h_1} = 2.3\frac{aL}{At}\log\frac{h_0}{h_1}$$

انواع روش های صحرایی برای تعیین نفوذپذیری خاک:

۱- روش پمپاژ *Well pumping test* ۲- روش *Borehole tests* ۳- روش لوفران ۴- روش لوژان و...

۱- روش پمپاژ *Well pumping test*: در حالت اول: این آزمایش معمولا سه چاه حفر می شود که یک چاه اصلی و دو چاه مشاهده ای هستند. آب با دبی مشخصی q از چاه اصلی به سمت بالا پمپ می شود. مسلما با پمپاژ آب سطح آب زیرزمینی کاهش می یابد. ارتفاع آب در چاه اصلی و مشاهده ای را پس از ثابت شدن اندازه گیری می کنیم و سپس با استفاده از روش زیر میزان نفوذپذیری خاک k محاسبه می شود:



$$q = kiA = k\frac{dh}{dr}2\pi rh \Rightarrow \int_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r} = \frac{2\pi k}{q}\int_{h_2}^{h_1} hdh,$$

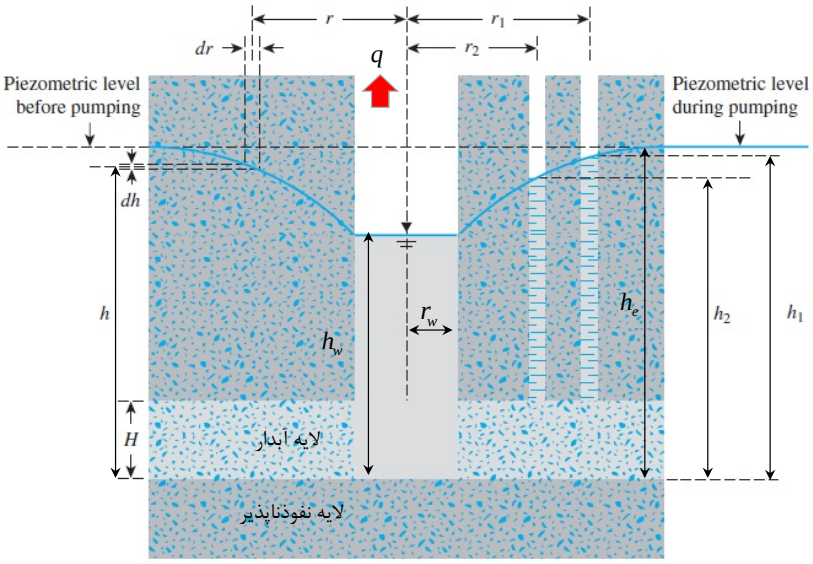
$$k = \frac{q}{\pi\left(h_1^2 - h_2^2\right)}\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = 2.3\frac{q}{\pi\left(h_1^2 - h_2^2\right)}\log_{10}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

برای تعیین شعاع موثر چاه اصلی می توان ابتدا نفوذپذیری را از رابطه فوق تعیین کرد و سپس با توجه به رابطه روبرو مقدار شعاع موثر را بدست آورد:

$$r_e = r_2\exp\left\{k\pi\left(h_e^2 - h_2^2\right)/q\right\}$$

انواع روش های صحرایی برای تعیین نفوذپذیری خاک:

۱- روش پمپاژ *Well pumping test* ۲- روش *Borehole tests* ۳- روش لوفران ۴- روش لوژان و...



۱- روش پمپاژ *Well pumping test*:
حالت دوم: اگر یک لایه آبدار به ارتفاع H در لایه خاکی وجود داشته باشد میزان نفوذپذیری خاک k بفرم زیر محاسبه می شود:

$$q = kiA = k\frac{dh}{dr}2\pi rH$$

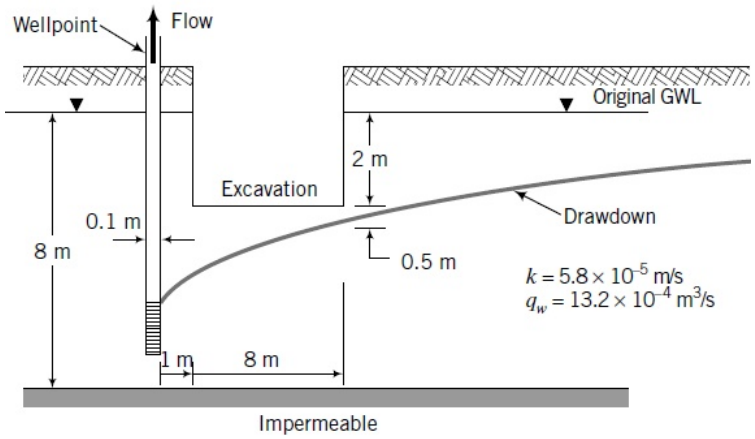
$$\int_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r} = \frac{2\pi kH}{q}\int_{h_2}^{h_1}dh,$$

$$k = \frac{q}{2\pi H\left(h_1 - h_2\right)}\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = \frac{2.3q}{2\pi H\left(h_1 - h_2\right)}\log_{10}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

انواع روش های صحرایی برای تعیین نفوذپذیری خاک:

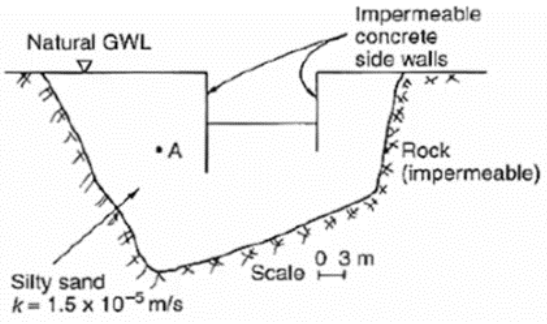
تمرین: شکل زیر یک گودبرداری را برای احداث یک سازه نشان می دهد. برای خشک نگه داشتن گود نیاز است که از چاه واقع در یک متری آن پمپاژ شود. همانطور که در شکل می بینید حداقل فاصله بین سطح آب پس از پمپاژ با کف گودبرداری ۰.۵ متر است. مطلوبست:

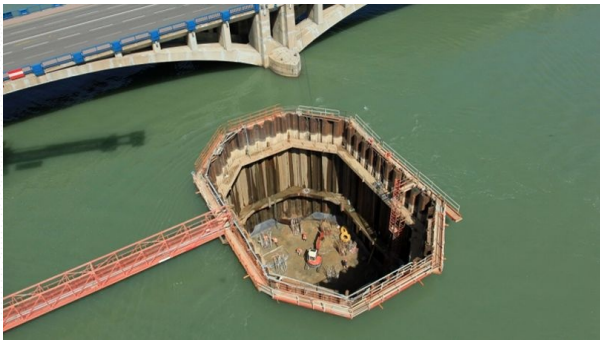
الف) تعیین شعاع موثر
ب) محاسبه میزان پایین آمدن سطح آب در داخل چاه بعد از پمپاژ
ج) اگر شعاع چاه از ۰.۱ متر به ۰.۲ متر افزایش یابد مطلوبست تعیین دبی خروجی مورد نیاز چاه تا حداقل فاصله بین سطح آب پس از پمپاژ با کف گودبرداری همان ۰.۵ متر باقی بماند.



طرح یک صورت مسئله جریان در خاک

کافردم(cofferdam) زیر را درنظر بگیرید. یک محفظه آبگیر در داخل دریا و نواحی ساحلی است که می توان داخل محفظه را خشک کرد تا بتوان کار ساختمانی زیر خط آبی را انجام داد، مثل زمان پل سازی یا تعمیر یک کشتی در آب.





نکات اساسی و سوالات مهم در اجرای گودبرداری و احداث دیوارهای کافردم:

۱- آب با چه دبی q وارد کافردم می شود که پاسخ به این سوال در طراحی پمپ کمک می کند.

۲- فشار آب حفره ای بر دیوارها چقدر است؟

۳- آیا جریان آب تاثیری بر روی پایداری یا عدم پایداری خواهد داشت؟

در ادامه ما به برخی از این سوالات پاسخ می دهیم.

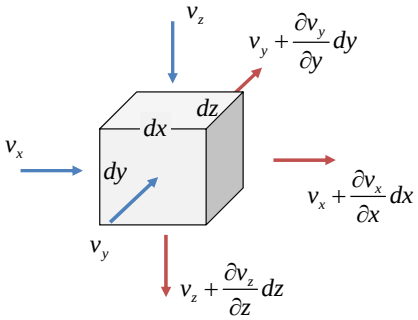
معادله حاکم بر جریان

فرضیات: 1- خاک اشباع و همگن است 2- نسبت منفذها ثابت فرض شده است. 3- خاک ایزوتروپ و همسان باشد. 4- قانون دارسی برقرار است. 5- جریان دائمی فرض شده است. 6- آب غیرقابل تراکم فرض می شود.

تعیین معادله حاکم: از اصل بقای جرم و رابطه پیوستگی در جریان داریم:

اصل بقای جرم: هیچ جرمی هدر نمی رود. جرم ورودی به یک المان برابر است با مجموع جبری مقدار خروجی و جرم ذخیره شده یا کاهش یافته در المان.

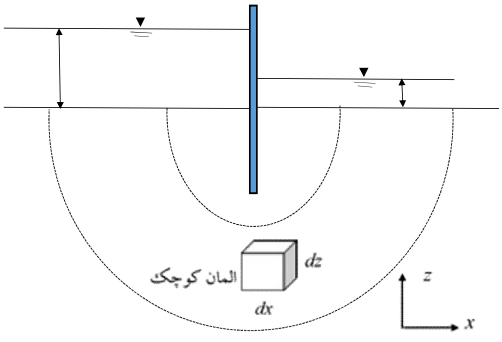
$$M_{int} = M_{out}$$



$$\rho V_{int} = \rho V_{out}, \quad \rho = cte$$

$$\frac{V_{int}}{\Delta t} = \frac{V_{out}}{\Delta t} \Leftrightarrow q_{int} = q_{out}$$

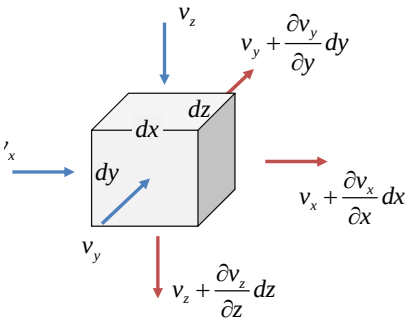
$$v_{int} A_{int} = v_{out} A_{out}$$



معادله حاکم بر جریان

اصل بقای جرم یا رابطه پیوستگی:

$$v_{int}A_{int} = v_{out}A_{out}$$



$$v_x dydz + v_y dxdz + v_z dydx = \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x}dx\right)dydz + \left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y}dy\right)dxdz + \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z}dz\right)dydx$$

با فرض اینکه ابعاد المان ها برابر باشند معادله فوق بصورت زیر ساده می شود: $dx = dy = dz$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right)dxdydz = 0 \qquad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \quad Div\vec{v} = 0$$

مطابق با قانون دارسی داریم:

$$v_x = k_x\frac{\partial h}{\partial x} \qquad v_y = k_y\frac{\partial h}{\partial y} \qquad v_z = k_z\frac{\partial h}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \quad k_x\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad if \quad k_x = k_y = k_z \Rightarrow \nabla^2 h = 0$$

معادله فوق به معادله لاپلاس مشهور است که کاربردها فراوانی دارد. روشهای مختلفی از جمله روش تحلیلی، عددی و ترسیمی وجود دارد.

معادله حاکم بر جریان

مطابق با شکل اگر بخواهیم تابع هد کل در هر نقطه در خاک را تعیین کنیم نیاز به حل معادله جریان یک بعدی می باشد.

برای حل معادله روبرو کافی است که دوبار نسبت به متغیر طول x انتگرال بگیریم در این صورت داریم:

$$k_x\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

$$k_x\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0$$

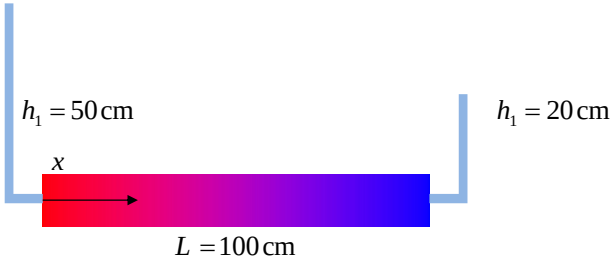
$$h(x) = Ax + B$$

که در آن Aو Bثابت های انتگرال هستند که از شرایط مرزی تعیین می شوند.

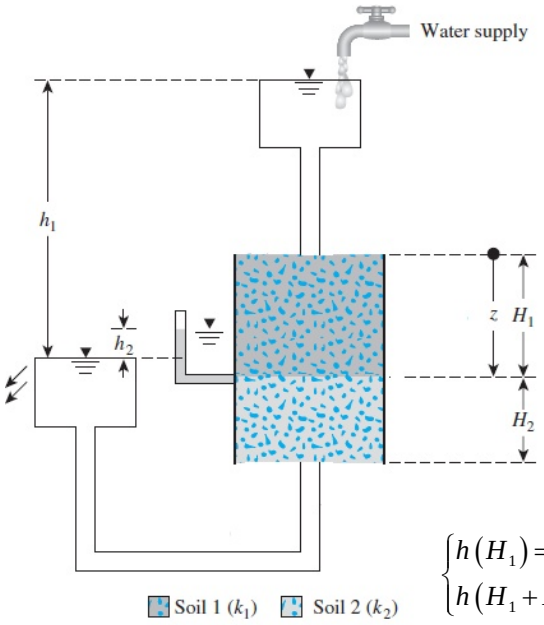
$$h(0) = A(0) + B = 50 \Rightarrow B = 50$$

$$h(100) = A(100) + 50 = 20 \Rightarrow A = -0.3$$

$$h(x) = -0.3x + 50$$



مثال: اگر خاک دو لایه ای باشند آنگاه با توجه به معادله یک بعدی جریان و شرایط مرزی، می توان هد در هر نقطه را تعیین کرد.



$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \quad \text{B.C.}\begin{cases} z=0 \rightarrow h=h_1 \\ z=H_1 \rightarrow h=h_2 \end{cases}, \quad 0\le z\le H_1$$

$$h(z)=A_1 z+A_2 \Rightarrow \begin{cases} h(0)=A_1(0)+A_2=h_1 & \Rightarrow A_2=h_1 \\ h(H_1)=A_1(H_1)+A_2=h_2 & \Rightarrow A_1=\dfrac{h_2-h_1}{H_1} \end{cases}$$

$$h(z)=\frac{h_2-h_1}{H_1}z+h_1$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0 \quad \text{B.C.}\begin{cases} z=H_1 \rightarrow h=h_2 \\ z=H_1+H_2 \rightarrow h=0 \end{cases}, \quad H_1\le z\le H_1+H_2$$

$$h(z)=A_3 z+A_4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} h(H_1)=A_3(H_1)+A_4=h_2 & \Rightarrow A_4=h_2-H_1A_3 \\ h(H_1+H_2)=A_3(H_1+H_2)+A_4=0 & \Rightarrow A_3H_1+A_3H_2+\{h_2-H_1A_3\}=0 \end{cases}$$

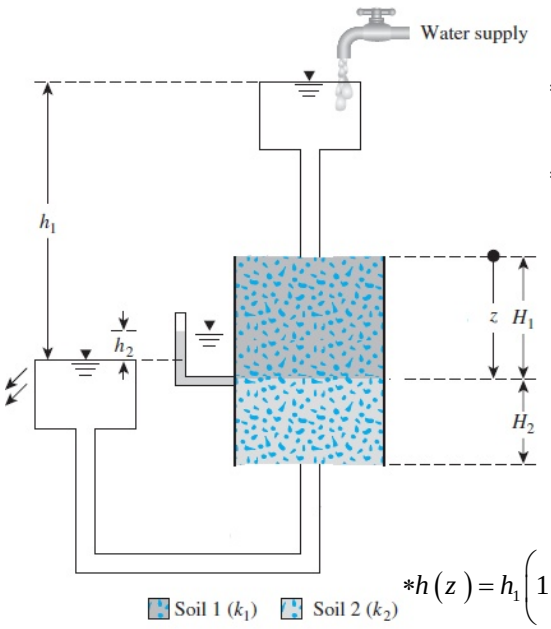
$$A_3=\frac{-h_2}{H_2}, \quad A_4=\left(1+\frac{H_1}{H_2}\right)h_2 \quad \Rightarrow \quad h(z)=\frac{-h_2}{H_2}z+\left(1+\frac{H_1}{H_2}\right)h_2 \quad H_1\le z\le H_1+H_2$$

ادامه مثال: هد در هر نقطه برای هریک از لایه ها بصورت روابط زیر تعیین می شود:

$$*h(z)=\frac{h_2-h_1}{H_1}z+h_1 \quad 0\le z\le H_1$$

$$**h(z)=\frac{-h_2}{H_2}z+\left(1+\frac{H_1}{H_2}\right)h_2 \quad H_1\le z\le H_1+H_2$$

معمولا ارتفاع h_2 در مسائل مجهول است بنابراین برای تعیین هد h_2 از رابطه کمکی یعنی تساوی دبی ها $q_1=q_2$ در دو لایه استفاده می کنیم. بنابراین می توان نوشت:



$$q_1=q_2 \Rightarrow k_1 i_1 A_1=k_2 i_2 A_2 \xrightarrow{A_1=A_2} k_1\frac{h_1-h_2}{H_1}=k_2\frac{h_2-0}{H_2}$$

$$h_2=\frac{h_1 k_1}{H_1\left(\dfrac{k_1}{H_1}+\dfrac{k_2}{H_2}\right)}$$

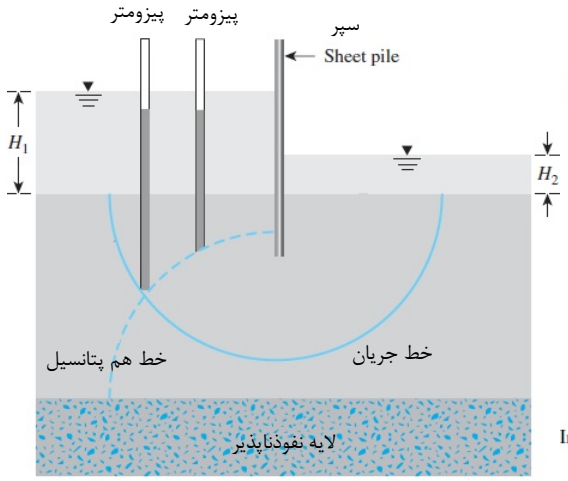
با جایگذاری h_2 در روابط استار داریم:

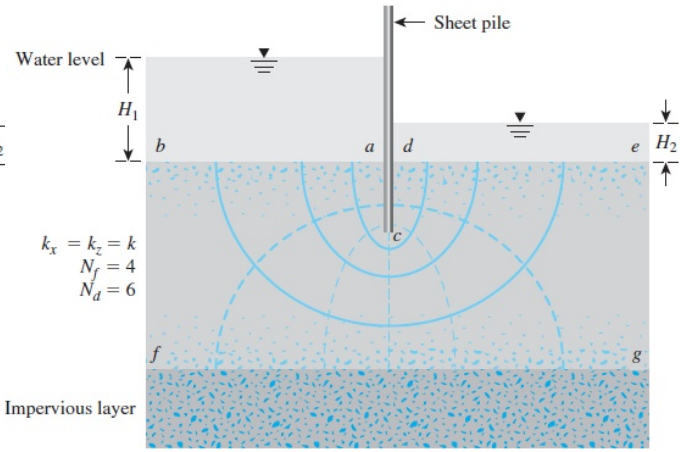
$$*h(z)=h_1\left(1-\frac{k_2 z}{k_1H_2+k_2H_1}\right) \quad 0\le z\le H_1$$

$$**h(z)=h_1\left[\left(\frac{k_1}{k_1H_2+k_2H_1}\right)(H_1+H_2-z)\right] \quad H_1\le z\le H_1+H_2$$

شبکه جریان و خطوط هم پتانسیل

اگر نقاطی که یک ذره آب از بالا دست سد یا سپر به سمت پایین دست طی می کند را به هم متصل کنیم مسیر جریان را نشان می دهد و اگر نقاطی که در آن ارتفاع پیزومتر در آن نقاط یکسان باشد و بهم منصل کنیم خطوط هم پتانسیل تشکیل می شود.



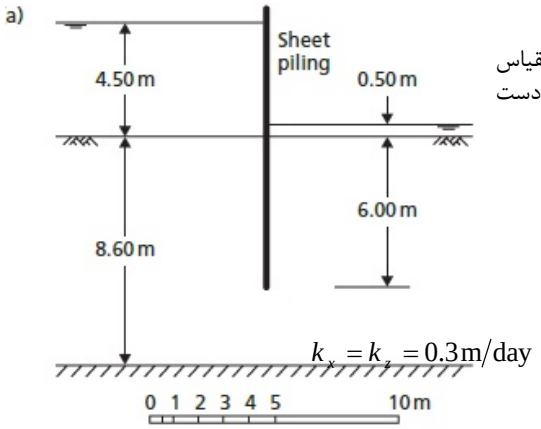


روش ترسیمی حل معادله لاپلاس

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad if \quad k_x = k_z \Rightarrow \nabla^2 h = 0$$

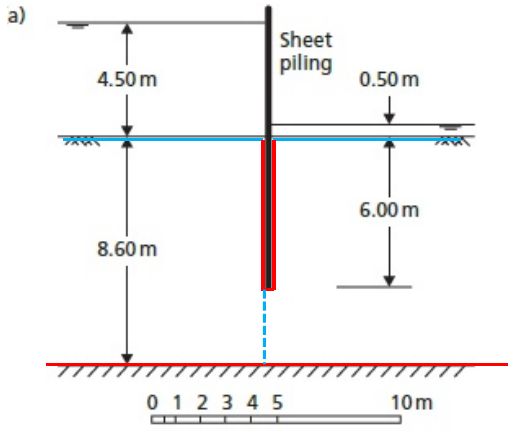
حل گام به گام معادله لاپلاس به روش ترسیمی همراه با مثال:

گام ۱- سازه (سد، سپری، خاکریز، ساختمان و غیره) و توده خاک را با مقیاس مناسبی رسم می کنیم و ابعاد تمام قسمتها و ارتفاع آب در بالادست و پایین دست معلوم و در مقیاس ترسیم گردد.



روش ترسیمی حل معادله لاپلاس

حل گام به گام معادله لاپلاس به روش ترسیمی همراه با مثال:

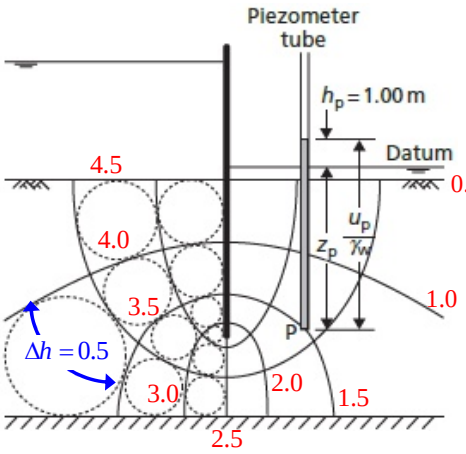


گام ۱- سازه (سد، سپری، خاکریز، ساختمان و غیره) و توده خاک را با مقیاس مناسبی رسم می کنیم و ابعاد تمام قسمتها و ارتفاع آب در بالادست و پایین دست معلوم و در مقیاس ترسیم گردد.

گام ۲- مرزهای نفوذ ناپذیر را معین می کنیم مرزهای نفوذناپذیر همان خطوط جریان هستند زیرا آب می تواند در امتداد این فصل مشترک جریان یابد. در این گام بالاترین خط پتانسیل که در سمت چپ سپری و پایین ترین آن سمت راست قرار دارد را ترسیم می کنیم.

روش ترسیمی حل معادله لاپلاس

حل گام به گام معادله لاپلاس به روش ترسیمی همراه با مثال:



گام ۱- سازه (سد، سپری، خاکریز، ساختمان و غیره) و توده خاک را با مقیاس مناسبی رسم می کنیم و ابعاد تمام قسمتها و ارتفاع آب در بالادست و پایین دست معلوم و در مقیاس ترسیم گردد.

گام ۲- مرزهای نفوذ ناپذیر را معین می کنیم مرزهای نفوذناپذیر همان خطوط جریان هستند زیرا آب می تواند در امتداد این فصل مشترک جریان یابد. در این گام بالاترین خط پتانسیل که در سمت چپ سپری و پایین ترین آن سمت راست قرار دارد را ترسیم می کنیم.

گام ۳- یک سری خطوط جریان موازی با مرزهای نفوذ ناپذیر رسم کرده و خطوط هم پتانسیل را عمود بر جریان ترسیم می کنیم بطوری که شبکه بوجود آمده تقریبا مربع شکل باشد و این خاصیت را دارا باشد که بتوان یک دایره محاط کرد که بر اضلاع مماس است.

اختلاف هد متوالی دو خط هم پتانسیل و دبی عبوری از زیر سپر از رابطه روبرو محاسبه می شود که در آن N_f و N_d به ترتیب تعداد چشمه ها بین دو خط هم پتانسیل متوالی و جریان و h اختلاف هد ارتفاعی دو طرف سازه و k ضریب نفوذپذیری خاک است.

$$\Delta h = \frac{h}{N_d} = \frac{4}{8} = 0.5\,\text{m}$$

$$q = kh\frac{N_f}{N_d} = 0.3 \times 4 \times \frac{3}{8} = 0.45\,\text{m}^3/\text{day}$$

چند نکته برای معیار ترسیم:

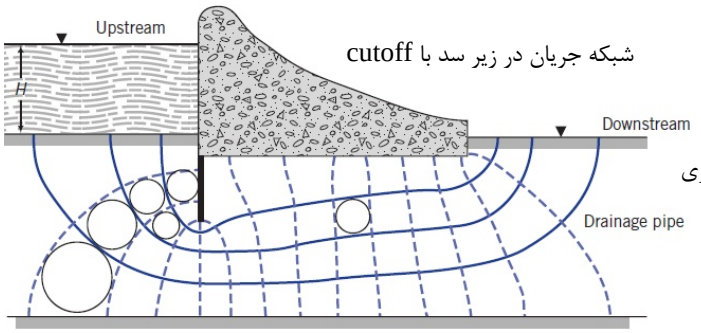
۱-شرایط مرزی باید تامین شود.

۲- خطوط جریان هیچگاه یکدیگر را قطع نمی کنند.

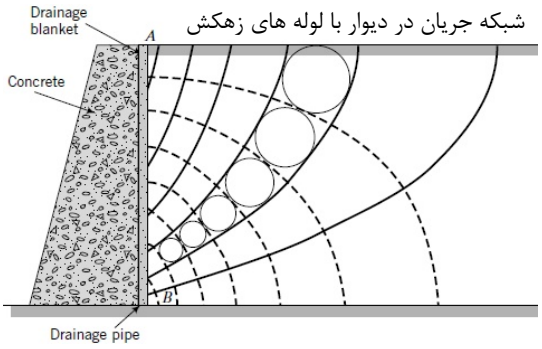
۳-خطوط هم پتانسیل نیز هیچگاه یکدیگر را قطع نمی کنند.

۴- افت ارتفاع آب در دو خط هم پتانسیل متوالی همواره مقداری ثابت است. مثلا در مثال قبلی برابر با $\Delta h = 0.5\ \text{m}$ است.

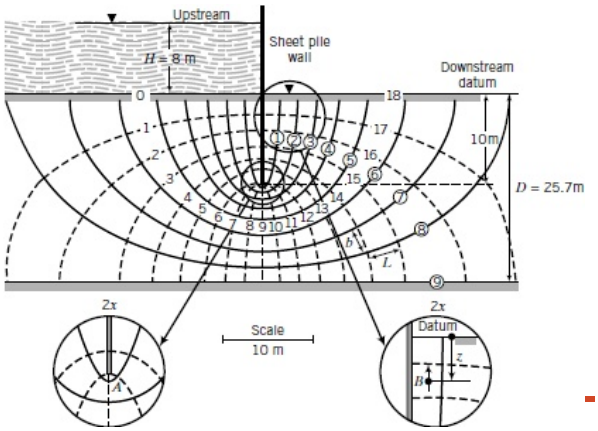
شبکه جریان در زیر سد با cutoff



شبکه جریان در دیوار با لوله های زهکش



شبکه جریان در یک سپری (sheet pile)



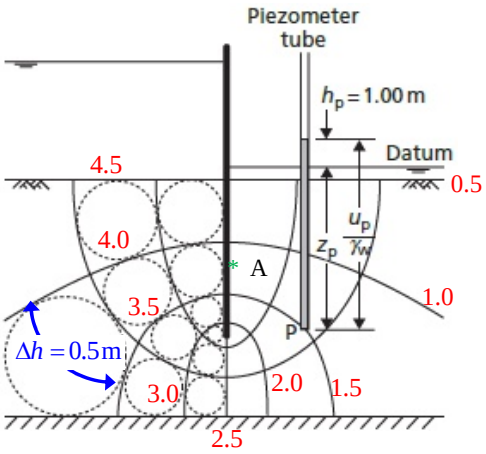
محاسبه فشار آب حفره ای:

اگر هدف محاسبه فشار آب حفره ای در نقطه ای از مسئله باشد می توان مطابق با رابطه برنولی آن را تعیین کرد. مثلا فشار آب حفره ای در نقطه P برابر است با:

$$u_p = (h_p - z_p)\gamma_w = \text{هد پزومتر} \times \gamma_w$$

اختلاف هد پزومتر با خط مبنا

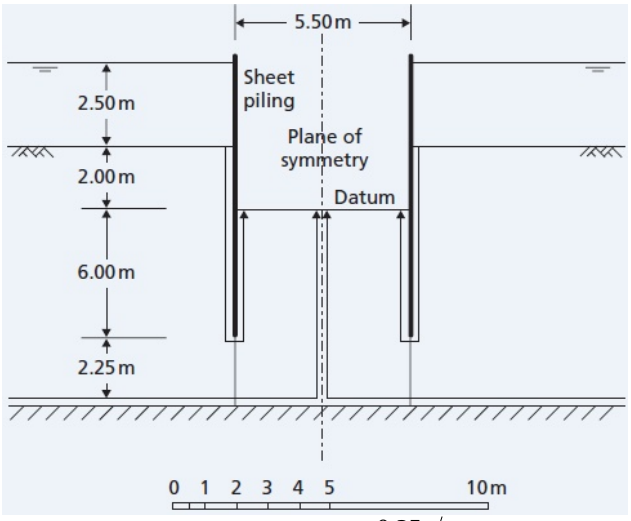
ارتفاع نقطه از خط مبنا که علامت آن به سمت پایین منفی و رو به بالا مثبت است.

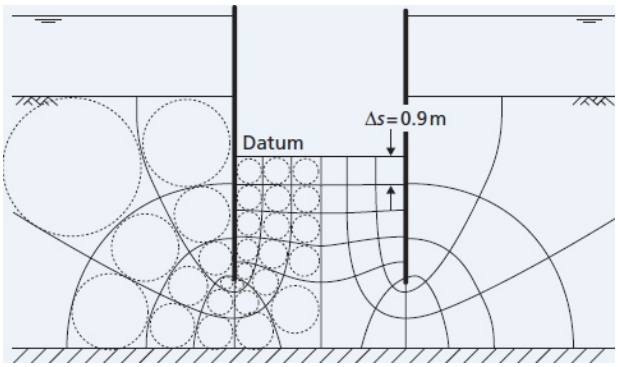


$$u_p = (1-(-6)) \times 9.81 = 68.7\ \text{kPa}$$

تمرین: فشار آب حفره ای در عمق ۳ متری از سطح زمین در نقطه A محاسبه کنید؟

مثال ۲. بستر یک رودخانه از یک خاک ماسه ای به ضخامت ۱۰.۲۵ تشکیل شده است. که در آن یک کافردم با عمق گودبرداری ۲ متری و عرض ۵.۵ متری مطابق با شکل اجرا شد. اگر آب با دبی ۰.۲۵ متر مکعب بر ساعت به ازای واحد طول از کافردم پمپاژ شود سطح آب در کافردم به کف گودبرداری می رسد. در این حالت مطلوبست تعیین نفوذپذیری خاک ماسه ای ب) گرادیان هیدرولیکی در زیر کف گودبرداری



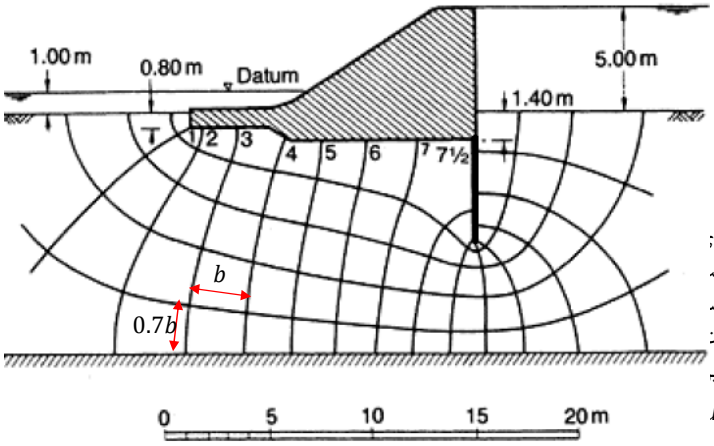


$$q = kh\frac{N_f}{N_d} \Rightarrow k = \frac{q}{h\left(N_f/N_d\right)} = \frac{\frac{0.25}{2}\Big/60^2}{4.5\times 3/10} = 2.6\times10^{-5}\ \text{m/s}$$

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta s} \Rightarrow i = \frac{4.5/10}{0.9} = 0.5$$

نیروی بالابرنده(Uplift): اگر جریان در خاک و زیر سازه وجود داشته باشد، این جریان باعث ایجاد نیروی بالایرنده خواهد کرد و ممکن است باعث واژگونی سازه شود. بنابراین محاسبه این نیرو از اهمیت بالایی برخوردار است.

مثال: سد شکل زیر را در نظر بگیرید، اگر ضریب نفوذپذیری خاک برابر با $2.5\times10^{-5}\ \text{m/s}$ باشد، مطلوبست تعیین الف) دبی عبوری از زیر سد ب) بیشینه گرادیان آبی؟ ج) نیروی بالایرنده و رسم فشار بالابرنده بر زیر سد با فرض اینکه فاصله نقطه 1 تا 2 برابر با یک متر باشد و فاصله بقیه نقاط از جمله فاصله 7 تا $7\frac{1}{2}$ نیز برابر با 2 متر است.



$$q = kh\frac{N_f}{N_d} = 2.5\times10^{-5}\times4\times\frac{4.7}{15} = 3.1\times10^{-5}\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$\Delta h = \frac{h}{N_d} = \frac{4}{15} = 0.2\bar{6}\,\text{m}$$

حل ب:

$$i_{\max} = \frac{\Delta h}{L_{\min}} = \frac{0.27}{0.8} = 0.34$$

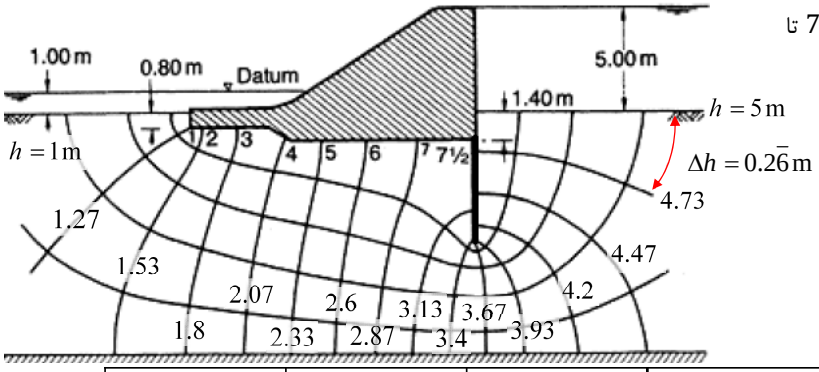
حل ج: برای تعیین میزان نیروی بالابرنده ابتدا فشار آب حفره ا را از رابطه برنولی برای تمامی نقاط تعیین شده در زیر سد بدسه می آوریم و سپس نمودار فشار بر حسب نقاط مختلف را رس کرده و سپس مساحت زیر نمودار آن همان نیروی بالابرنده اس به طور مثال فشار آب حفره ای در نقطه ۱ از طریق زیر تعیی می شود:

$$u_1 = \text{هد پزومتر} \times \gamma_w$$

$$= \left(0.27-\left(-1.8\right)\right)\times 9.81 = 20.31\,\text{kN/m}^2$$

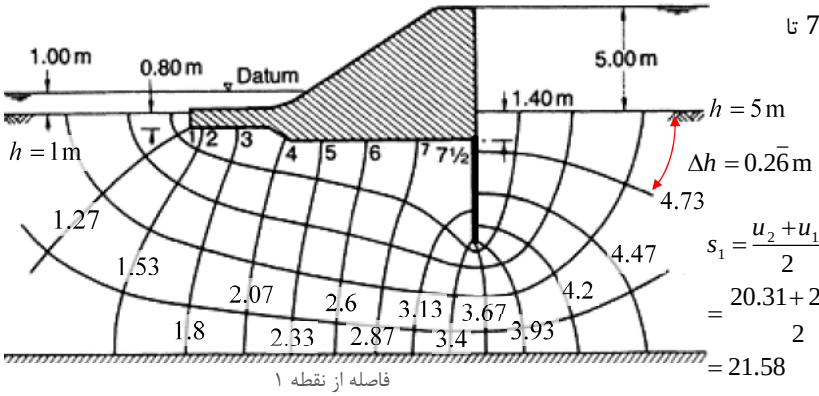
فشار آب در زیر سد در نقاط های دیگر در جدول اسلاید بعد آورده شده است.

ادامه حل مثال قسمت ج: سد شکل زیر را در نظر بگیرید، اگر ضریب نفوذپذیری خاک برابر با $2.5 \times 10^{-5}\ m/s$ باشد، مطلوبست تعیین الف) دبی عبوری از زیر سد ب) بیشینه گرادیان آبی؟ ج) نیروی بالایرنده و رسم فشار بالابرنده بر زیر سد با فرض اینکه فاصله نقطه 1 تا 2 برابر با یک متر باشد و فاصله بقیه نقاط از جمله فاصله 7 تا $7\ ^1/_2$ نیز برابر با 2 متر است.



point	ارتفاع پزومتر (m)	$u\ kN/m^2$	point	ارتفاع پزومتر (m)	$u\ kN/m^2$
1	2.07	20.31	5	3.73	36.59
2	2.33	22.86	6	4	39.24
3	2.6	25.51	7	4.27	41.89
4	4*0.266+1+0.8 +0.3=3.17	31.10	$7^1/_2$	**4.4**	43.16

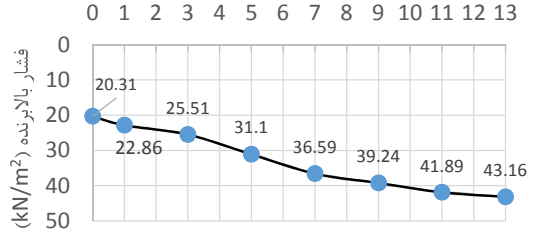
ادامه حل مثال قسمت ج: سد شکل زیر را در نظر بگیرید، اگر ضریب نفوذپذیری خاک برابر با $2.5 \times 10^{-5}\ m/s$ باشد، مطلوبست تعیین الف) دبی عبوری از زیر سد ب) بیشینه گرادیان آبی؟ ج) نیروی بالایرنده و رسم فشار بالابرنده بر زیر سد با فرض اینکه فاصله نقطه 1 تا 2 برابر با یک متر باشد و فاصله بقیه نقاط از جمله فاصله 7 تا $7\ ^1/_2$ نیز برابر با 2 متر است.



$$s_1 = \frac{u_2 + u_1}{2}\Delta x_1 = \frac{20.31 + 22.86}{2} \times (1) = 21.58$$

point	$s_i\ kN/m$
1-2	21.58
2-3	48.37
3-4	56.61
4-5	67.69
5-6	75.83
6-7	81.13
$7\text{-}7^1/_2$	85.05
$F = \sum s_i$	436.26

فاصله از نقطه ۱

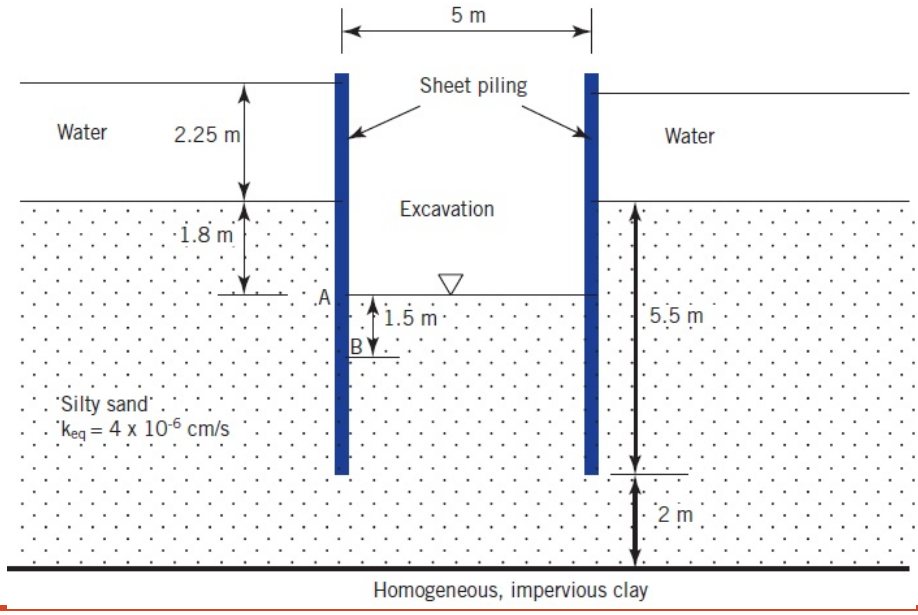


نیروی بالایرنده برابر با مساحت فشار آب حفره ای در زیر سد است که مساحت هر قسمت مطابق با روش ذوزنقه ای و از رابطه زیر قابل تعیین است:

$$F = \sum_{i=1}^{n} s_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{u_{i+1} + u_i}{2}\Delta x_i$$

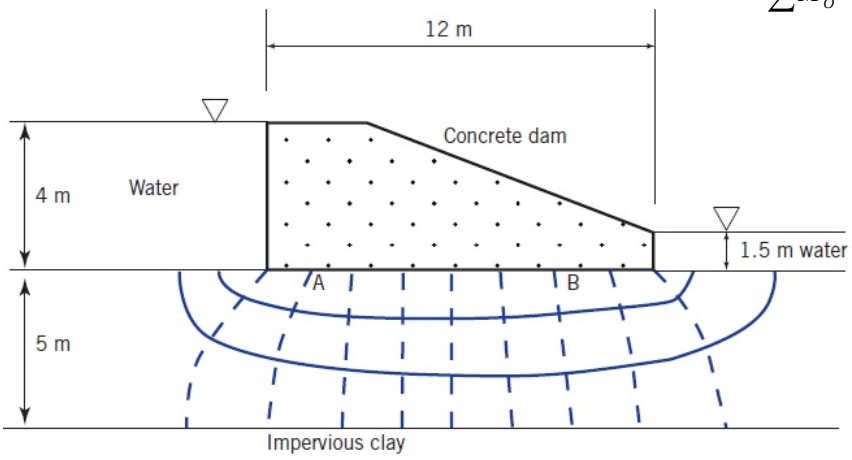
تمرین) فشار آب حفره ای خالص بر cutoff را برای مثال فوق محاسبه و رسم کنید؟

تمرین- بستر یک رودخانه از یک خاک ماسه سیلت دار به ضخامت ۷.۵ تشکیل شده است. که در آن یک کافردم با عمق گودبرداری ۱.۸ متری و عرض ۵ متری مطابق با شکل اجرا شد. آب از کافردم پمپاژ شود و سطح آب در کافردم به کف گودبرداری می رسد. در این حالت مطلوبست رسم شبکه جریان ب) حداقل دبی پمپ مورد نیاز ج) فشار آب حفره ای در نقاط A و B



تمرین بعدی- سد بتنی با وزن مخصوص ۲۴۰۰کیلوگرم بر متر معکب با عرض تاج ۳.۵ متر مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر طول سد برابر با ۵۰۰ متر و نفوذپذیری خاک برابر با ۰.۰۱ سانتی متر بر ثانیه باشد مطلوبست: الف) حجم عبوری آب در یک شبانه روز از زیر سد؟ ب) فشار در نقاط A و B؟ ج) نیروی بالابرنده سد؟ د) کنترل واژگونی سد حول نقطه C ؟

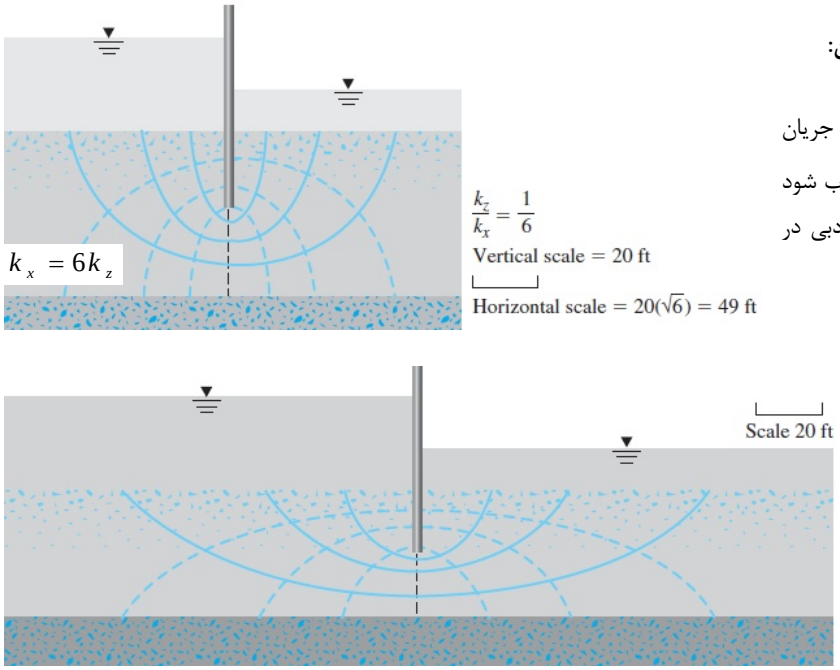
$$F.S = \frac{\sum M_R}{\sum M_O} = \frac{\text{مجموع لنگرهای مقاوم}}{\text{مجموع لنگرهای محرک}} \geq 1.5 - 1.75$$



شبکه جریان در خاک های غیر همسان:

اگر $k_z \neq k_x$ باشد آنگاه برای رسم شبکه جریان ابتدا ابعاد در جهت x در مقیاس $\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$ ضرب شود و سپس مانند شبکه همسان رسم گردد. دبی در این حالت از رابطه زیر تعیین می شود:

$$q = \sqrt{k_x k_z}\, h \frac{N_f}{N_d}$$



مثال: مطلوبست تعیین دبی خروجی برای شکل سد مقابل؟

$$k_z = 2\times10^{-2}\ \text{mm/s} = 5.67\ \text{ft/day}$$
$$k_x = 4\times10^{-2}\ \text{mm/s} = 11.34\ \text{ft/day}$$

خطوط قائم را به همان اندازه ترسیم می کنیم برای رسم خطوط افقی بدلیل همسان نبودن باید مقیاس شود که برابر است با:

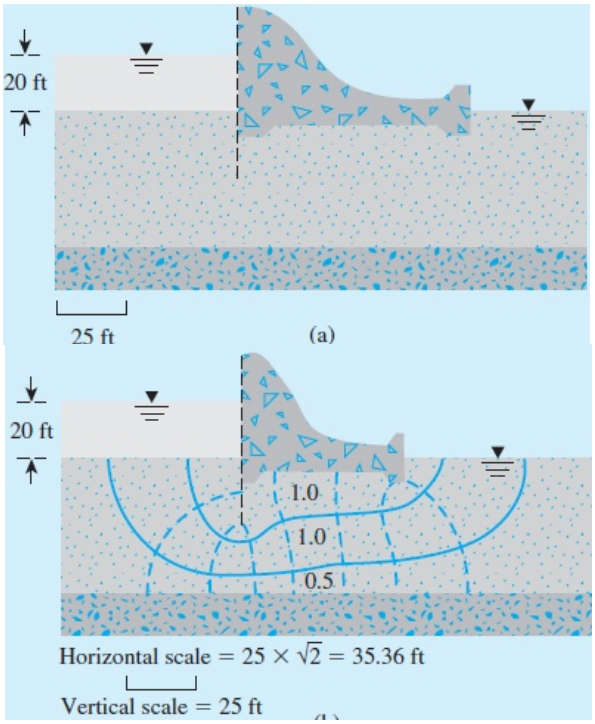
$$\text{مقیاس افقی} = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\,(\ \text{مقیاس قائم}\ )$$

$$\text{مقیاس افقی} = \sqrt{\frac{2\times10^{-2}}{4\times10^{-2}}}\,(\ \text{مقیاس قائم}\ )$$

$$\text{مقیاس افقی} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\ \text{مقیاس قائم}\ )$$

$$q = \sqrt{k_x k_z}\, h \frac{N_f}{N_d}$$

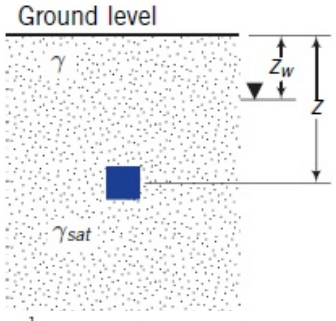
$$= \sqrt{5.67\times11.34}\times20\frac{2.5}{8} = 50.12\ \text{ft}^3/\text{day/ft}$$

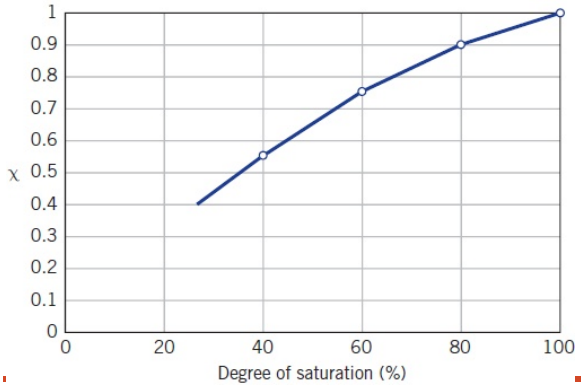


مفهوم تش موثر در خاک های اشباع : ترزاقی اولین کسی بود که مفهوم تش موثر را مطرح کرد. مطابق با این نظریه تنش کل و موثر در محل مشخص شده برابر است با:

$$\sigma = \gamma Z_w + \gamma_{sat}(Z - Z_w)$$
$$\sigma' = \sigma - u = \gamma Z_w + \gamma_{sat}(Z - Z_w) - \gamma_w(Z - Z_w)$$
$$= \gamma Z_w + (\gamma_{sat} - \gamma_w)(Z - Z_w) = \gamma Z_w + \gamma'(Z - Z_w)$$

$$\sigma = \sigma' + u$$
$$\sigma' = \sigma - u$$





در حالت واقعی تر تنش موثر از رابطه زیر پیروی می کند که در آن $\acute{A}$ و $\acute{B}$ به ترتیب نیروی جاذبه و دافعه الکتریکی در واحد سطح مقطع عرضی خاک هستند و برای اکر خاک ها ناچیز هستند.

$$\sigma' = \sigma - u - A' + B'$$

مفهوم تش موثر در خاک های غیر اشباع: اگر خاک غیر اشباع یاشد علاوه بر فشار آب حفره ای، فشار هوا نیز بر مقدار تنش موثر، تاثیرگذار است. (Bishop et al., 1960)

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)$$

که در آن χ نسبت سطح آب اشغال شده از کل سطح خاک است و تابع درجه اشباع است. شکل مقابل تغییرات χ را برحسب درجه اشباع S_r نشان می دهد که اگر خاک خشک باشد χ برابر با صفر و اگر خاک اشباع باشد آنگاه χ برابر با یک است.

مفهوم کاپیلاری(capillary) یا موئینگی و اثرات آن بر تنش کل و موثر

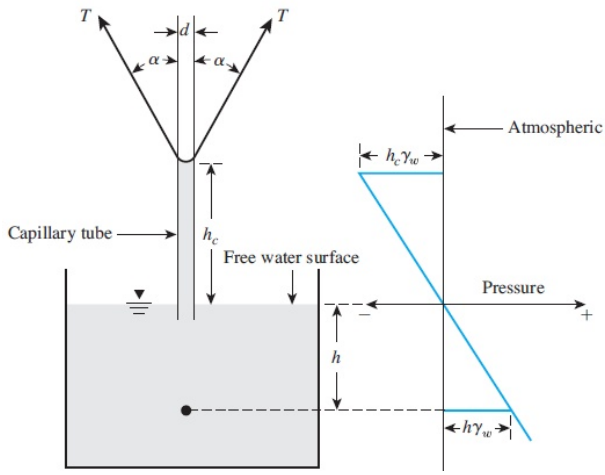
مفهوم موئینگی: این پدیده در اثر کشش سطحی بین آب و لوله های باریک اتفاع می افتد که آب کمی بالاتر از سطح خود می آید.

$$\sum f = 0 \Rightarrow T\cos\alpha(\pi d) = \gamma_w \frac{\pi d^2}{4} h_c$$

$$h_c = \frac{4T\cos\alpha}{\gamma_w d} \xrightarrow{\text{if } \alpha = 0} h_c = \frac{4T}{\gamma_w d}$$

برای آب $T = 72\ \text{mN/m}$ می باشد. بنابراین ارتفاع موئینگی وابسته به قطر است و با آن نسبت عکس دارد.

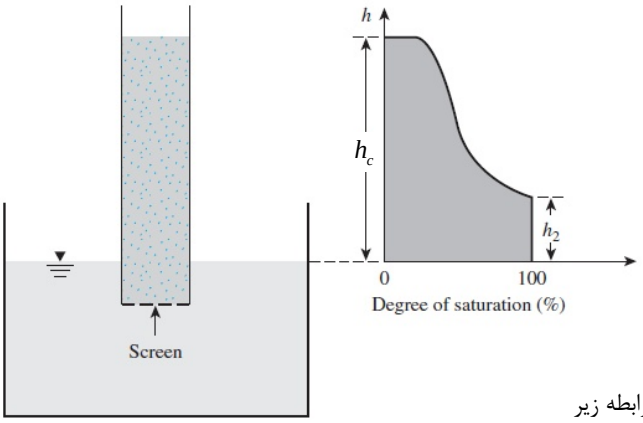
$$h_c \propto \frac{1}{d}$$



رابطه تجربی برای تعیین ارتفاع موئینگی در خاک:

$$h_c(\text{mm}) = \frac{C}{eD_{10}(\text{mm})}, \qquad C = 10 - 50(\text{mm})$$

مقادیر ارتفاع موئینگی در انواع خاک:



Soil type	Range of capillary rise	
	m	ft
Coarse sand	0.1–0.2	0.3–0.6
Fine sand	0.3–1.2	1–4
Silt	0.75–7.5	2.5–25
Clay	7.5–23	25–75

اثر موئینگی در خاک بر تنش موثر و کل:

به طور کلی ارتباط تنش موثر، تنش کل و فشار آب حفره ای از رابطه زیر تعیین می شود:

$$\sigma = \sigma' - u$$

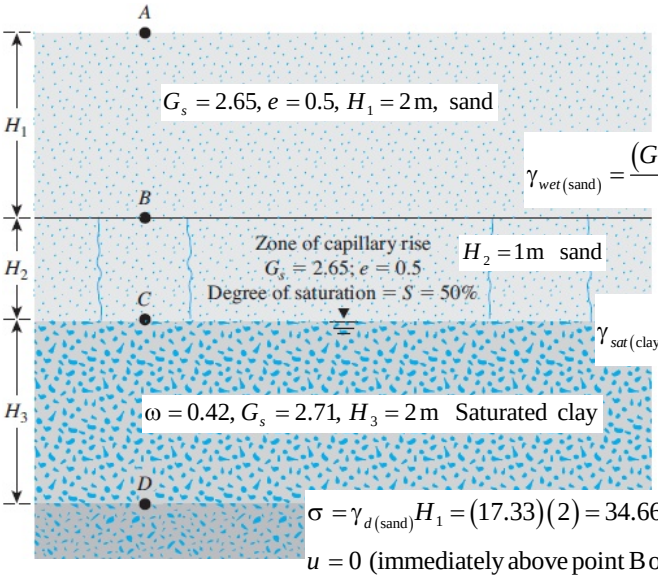
که فشار آب حفره ای در یک نقطه از ناحیه موئینه شده از رابطه زیر بدست می آید:

$$u = -\frac{S_r}{100} \times \gamma_w h$$

که در آن h فاصله نقطه مورد نظر برای محاسبه فشار آب حفره ای تا سطح آب و S_r درجه اشباع نقطه مورد نظر است.

نکته: معمولا خاک بالای سطح آب تا ارتفاع h_2 بر اثر خاصیت موئینگی اشباع کامل است و در ارتفاع بالاتر تا ارتفاع h_c درجه اشباع کاهش می یابد.

مثال: پروفیل لایه های خاکی زیر را درنظر بگیرید. مطلوبست رسم تغییرات تنش کل، تنش موثر و فشار آبی حفره ای بر حسب عمق با استفاده از نقاط A, B, C و D



$$\gamma_{d\,(\text{sand})} = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} = \frac{2.65 \times 9.81}{1+0.5} = 17.331\,\text{kN/m}^3$$

$$\gamma_{wet\,(\text{sand})} = \frac{(G_s + eS_r)\gamma_w}{1+e} = \frac{\left[2.65 + (0.5)(0.5)\right] \times 9.81}{1+0.5} = 18.966\,\text{kN/m}^3$$

$$e = \frac{G_s \omega}{S_r} = \frac{2.71 \times 0.42}{1} = 1.1382$$

$$\gamma_{sat\,(\text{clay})} = \frac{(G_s + e)\gamma_w}{1+e} = \frac{(2.71 + 1.1382) \times 9.81}{1+1.1382} = 17.655\,\text{kN/m}^3$$

تنش ها و فشار در نقطه A روی سطح زمین:

$$\sigma = 0,\ u = 0,\ \sigma' = \sigma - u = 0$$

تنش ها و فشار در نقطه B در ارتفاع H_1:

$$\sigma = \gamma_{d\,(\text{sand})} H_1 = (17.33)(2) = 34.662\,\text{kN/m}^2,$$

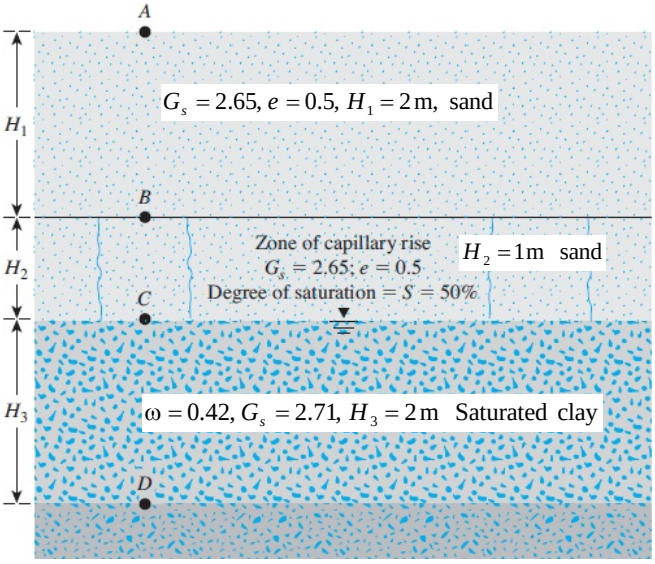
$u = 0$ (immediately above point B or H_1^-),

$u = -S_r \gamma_w H_2 = -0.5(9.81)(1) = -4.91\,\text{kN/m}^2$ (immediately below point B or H_1^+),

$$\sigma' = \sigma - u = 34.662\,(H_1^-)$$

$$\sigma' = \sigma - u = 34.662 - (-4.905) = 39.567\,(H_1^+)\,\text{kN/m}^2$$

مثال: پروفیل لایه های خاکی زیر را درنظر بگیرید. مطلوبست رسم تغییرات تنش کل، تنش موثر و فشار آبی حفره ای بر حسب عمق با استفاده از نقاط A, B, C و D



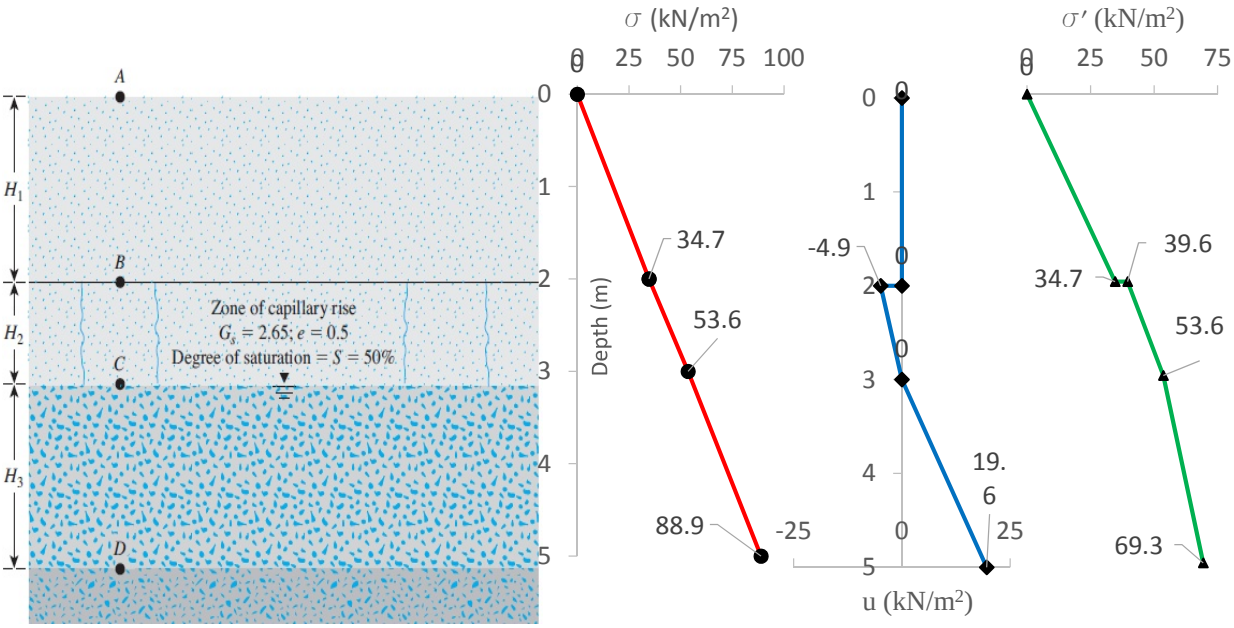
تنش ها و فشار در نقطه C در ارتفاع H_1+H_2:

$$\sigma = \gamma_{d\,(\text{sand})} H_1 + \gamma_{wet\,(\text{sand})} H_2$$
$$= (17.331)(2) + (18.966)(1) = 53.628\,\text{kN/m}^2,$$
$$u = 0,$$
$$\sigma' = \sigma - u = 53.628\,\text{kN/m}^2$$

تنش ها و فشار در نقطه D در ارتفاع $H_1+H_2+H_3$:

$$\sigma = \gamma_{d\,(\text{sand})} H_1 + \gamma_{wet\,(\text{sand})} H_2 + \gamma_{sat\,(\text{clay})} H_3$$
$$= 53.628 + (17.655)(2) = 88.938\,\text{kN/m}^2,$$
$$u = \gamma_w H_3 = (9.81)(2) = 19.62\,\text{kN/m}^2,$$
$$\sigma' = \sigma - u = 88.938 - 19.62 = 69.318\,\text{kN/m}^2$$

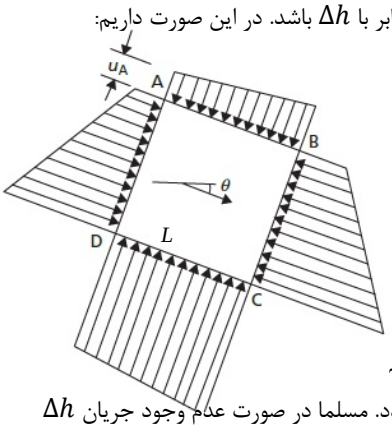
مثال: رسم تغییرات تنش کل، تنش موثر و فشار آبی حفره ای بر حسب عمق با استفاده از نقاط A, B, C و D

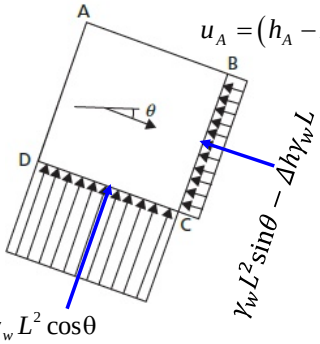


اثرات جریان بر تنش موثر خاک اشباع:

هنگامی که آب در محیط های متخلخل خاک جریان پیدا می کنند، هد ارتفاع کل (انرژی کل) از طریق گرانروی سیال اتلاف می شود. این نیروی اصطکاک باعث ایجاد نیروی دراگ بر ذرات خاک در جهت جریان وارد می شود. بنابراین یک تبادل انرژی بین جریان آب و ذرات جامد خاک صورت می پذیرد. به این انرژی تبادل یافته نیروی ناشی از جریان(**seepage force**) گفته می شود. مسلما در صورت جریان آب در محیط متخلخل خاک، علاوه بر نیروی ناشی از وزن ذرات(گرانشی)، نیروی نشت نیز موثر است. به ترکیب این دو نیرو، برآیند نیروی حجمی **resultant body force** گفته می شود. این نیروهای حجمی سبب ایجاد تنش موثر خواهند شد.

برای تعیین نیروی ناشی از جریان(Seepage Force) شکل المان مربعی یک محیط خاکی به طول L را در نظر بگیرید که در آب با زاویه θ نسبت به افق در آن جریان دارد. گفته می شود. فرض کنید اختلاف هد بین دو خط AD و BC برابر با Δh باشد. در این صورت داریم:





$$u_A = (h_A - z_A)\gamma_w \qquad u_B = \left[(h_A - \Delta h) - (z_A - L\sin\theta)\right]\gamma_w$$

$$u_C = \left[(h_A - \Delta h) - (z_A - L\sin\theta - L\cos\theta)\right]\gamma_w$$

$$u_D = \left[(h_A - \Delta h) - (z_A - L\cos\theta)\right]\gamma_w$$

$$u_B - u_A = u_C - u_D = \left[-\Delta h + L\sin\theta\right]\gamma_w$$

$$u_D - u_A = u_C - u_B = \left[L\cos\theta\right]\gamma_w$$

بنابراین نیروی ناشی از فشار آب حفره ای خالص بر خط BC و DC مطابق شکل بالا تعیین می گردد. مسلما در صورت عدم وجود جریان Δh برابر صفر است. بنابراین از اختلاف حالت هیدرواستاتیک و نشت، نیروی ناشی از جریان محاسبه می شود که برابر است با:

که V حجم المان برای واحد عرض المان است.

$$\gamma_w L^2 \cos\theta$$

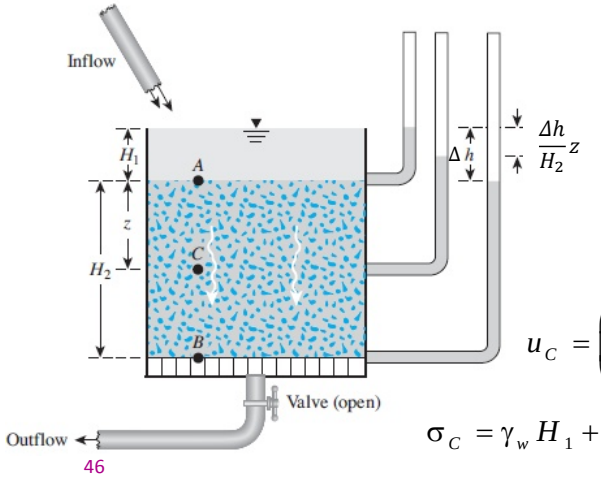
اثرات جریان بر تنش موثر خاک اشباع:

با توجه به مطالب قبلی نیروی ناشی از فشار آب حفره ای خالص بر واحد حجم از رابطه مقابل پیروی می کند: $j = i\gamma_w$

حالت های خاص: جریان بسته به جهت حرکت می تواند باعث افزایش و یا کاهش تنش موثر گردد. یعنی اثر جریان رو به پایین باشد باعث افزایش تنش موثر می شود، در صورتی که در جریان رو به بالا سبب کاهش تنش موثر می شود.

۱-جریان رو به پایین بر تنش موثر

شکل زیر را در نظر بگیرید که جریان رو به پایین و با اختلاف هد Δh بین دو نقطه A و B صورت می پذیرد. این اختلاف هد همواره با ترزیق آب ثابت نگه داشته می شود تنش کل و فشار آب حفره ای و تنش موثر در نقاط مختلف از روابط زیر تعیین می گردد:



$$u_A = (h_A - z_A)\gamma_w = \text{هد پزومتر} \times \gamma_w$$

اختلاف هد پزومتر با خط مبنا

ارتفاع نقطه از خط مبنا که علامت آن به سمت پایین منفی و رو به بالا مثبت است.

$$u_A = \left(0 - (-H_1)\right)\gamma_w = \gamma_w H_1$$

$$\sigma_A = \gamma_w H_1 \Rightarrow \sigma'_A = 0$$

$$u_C = \left(-\frac{\Delta h}{H_2} z - \left(-\{H_1 + z\}\right)\right)\gamma_w = (H_1 + z - iz)\gamma_w$$

$$\sigma_C = \gamma_w H_1 + \gamma_{sat} z \qquad \sigma'_C = \sigma_C - u_C = (\gamma_{sat} - \gamma_w)z + iz\gamma_w$$

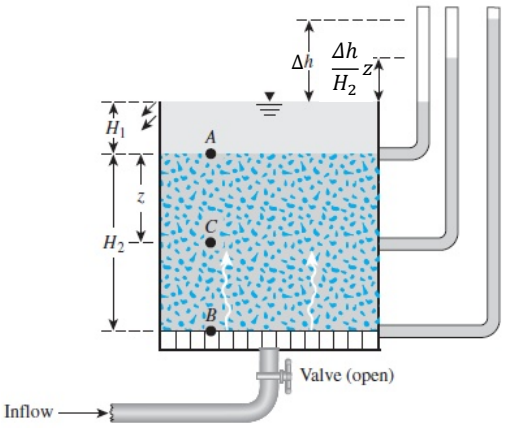
اثرات جریان بر تنش موثر خاک اشباع:

با توجه به مطالب قبلی نیروی ناشی از فشار آب حفره ای خالص بر واحد حجم از رابطه مقابل پیروی می کند: $j = i\gamma_w$

حالت های خاص: جریان بسته به جهت حرکت می تواند باعث افزایش و یا کاهش تنش موثر گردد. یعنی اثر جریان رو به پایین باشد باعث افزایش تنش موثر می شود، در صورتی که در جریان رو به بالا سبب کاهش تنش موثر می شود.

۲-جریان رو به بالا بر تنش موثر

شکل زیر را در نظر بگیرید که جریان رو به بالا و با اختلاف هد Δh بین دو نقطه A و B صورت می پذیرد. این اختلاف هد همواره ثابت نگه داشته می شود تنش کل و فشار آب حفره ای و تنش موثر در نقاط مختلف از روابط زیر تعیین می گردد:



$$u_A = \left(0 - \left(-H_1\right)\right)\gamma_w = \gamma_w H_1$$

$$\sigma_A = \gamma_w H_1 \Rightarrow \quad \sigma'_A = 0$$

$$u_C = \left(\frac{\Delta h}{H_2} z - \left(-\{H_1 + z\}\right)\right)\gamma_w = \left(H_1 + z + iz\right)\gamma_w$$

$$\sigma_C = \gamma_w H_1 + \gamma_{sat} z$$

$$\sigma'_C = \sigma_C - u_C = \left(\gamma_{sat} - \gamma_w\right)z - iz\gamma_w = \gamma' z - iz\gamma_w$$

اثرات جریان بر تنش موثر خاک اشباع:

روانگرایی در خاک:

روانگرایی در خاک به دو صورت عمده رخ می دهد. ۱- روانگرایی ناشی از جریان(Seepage- induced liquefaction) که گاها به نام جوشش و پدیده غلیان نیز گفته می شود. ۲- روانگرایی دینامیکی در هر دو نوع از روانگرایی فشار آب به حدی بالاست که تنش موثر نزدیک به صفر می شود. در این حالت خاک بی وزنی می شود و مقاومت برشی ناچیزی دارد.

روانگرایی ناشی از جریان(Seepage- induced liquefaction):

اگر در جریان رو به بالا تنش موثر خاک صفر شود این پدیده رخ خواهد داد. معمولا در خاک ماسه ای رخ می دهد و کمتر در خاکهای دیگر مشاهده شده است.

$$\text{if } \sigma'_C = 0 \Rightarrow \gamma' z - iz\gamma_w = 0 \Rightarrow i = i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1+e}$$

در شبکه جریان باید i_{cr} با مقدار i_{max} چک شود. اگر i_{max} بزرگتر از مقدار شیب هیدرولیکی بحرانی i_{cr} شود آنگاه پدیده روانگرایی جریانی رخ می دهد که منجر به شکست سازه خواهد شد. در کارهای عملی ضریب اطمینان $F.S$ را باید ۴ تا ۵ در نظر گرفت.

$$\text{F.S} = \frac{i_{cr}}{i_{\max}} \geq 4-5, \qquad i_{\max} = \frac{\Delta h}{L_{\min}}$$

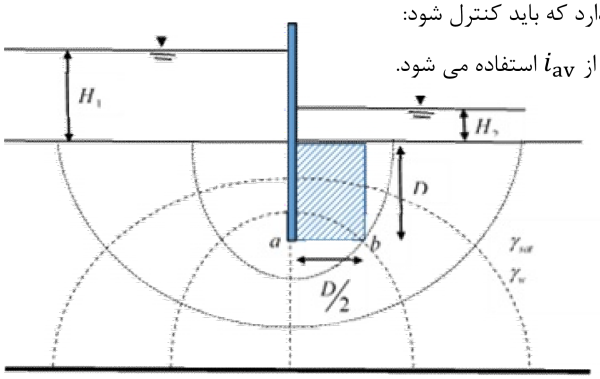
در مثال اسلاید ۳۲ مطلوبست تعیین ضریب اطمینان در مقابل روانگرایی در صورتیکه چگالی و ضریب تخلخل خاک به ترتیب برابر۲.۶۵ و ۰.۶ باشد. **حل:** از اسلاید ۳۲ مقدار شیب آبی ماکزیمم $i_{\max} = 0.34$ تعیین شد و با توجه به داده های این مسئله می توان شیب آبی بحرانی را نیز تعیین کرد.

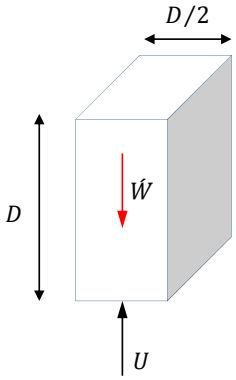
$$i_{cr} = \frac{G_s - 1}{1+e} = \frac{2.65-1}{1+0.6} = 1.03 \qquad \text{F.S} = \frac{1.03}{0.34_{\max}} = 3 < 4-5,$$

نکته:

در پای سپر امکان رخداد پدیده روانگرایی استاتیکی یا جوشش وجود دارد که باید کنترل شود:

در سپرها برای تعیین ضریب اطمینان در مقابل روانگرایی بجای $i_{\max}$ از i_{av} استفاده می شود.





$$\text{F.S} = \frac{W'}{U}$$

$$W' = D \times \frac{D}{2}(\gamma_{sat} - \gamma_w) = \frac{1}{2} D^2 \gamma'$$

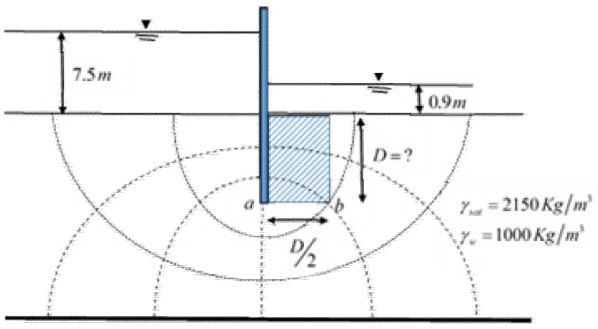
$$U = D \times \frac{D}{2} \times 1(i_{av} \gamma_w) = \frac{1}{2} D^2 i_{av} \gamma_w$$

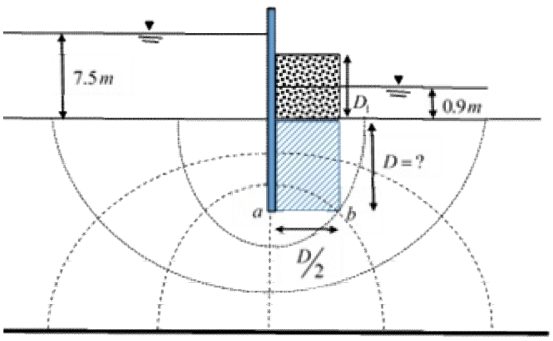
$$\text{F.S} = \frac{W'}{U} = \frac{\gamma'}{i_{av} \gamma_w} = \frac{i_{cr}}{i_{av}} \geq 4 - 5$$

تمرین و نمونه مثال امتحانی: الف) مقدار نفوذ سپر D را طوری انتخاب کنید که ضریب اطمینان در برابر جوشش برابر با $\text{FS} = 2$ شود.
(راهنمایی: از i_{av} استفاده کنید).

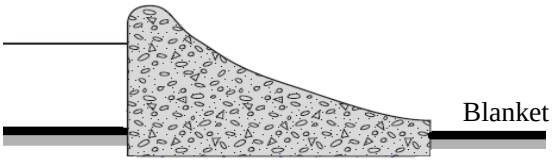
ب) یک روش برای افزایش ضریب اطمینان از قسمت الف، اجرای blanket در قسمت پایین دست سپری مطابق شکل زیر است. مصالح این blanket معمولا از جنس فیلترها هستند. اگر ضخامت آن باشد مطلوبست تعیین رابطه ؟

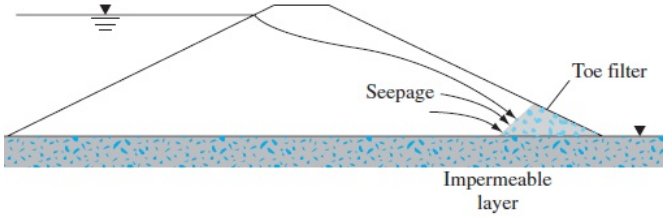
ج) اگر بخواهیم با احداث blanket ضریب اطمینان آن در برابر جوشش برابر با $\text{F.S} = 4$ شود مطلوبست تعیین ضخامت blanket ؟
ضمنا وزن مخصوص اشباع و مرطوب مصالح blanket به ترتیب برابر با $\gamma_{fsat} = 2200\ kg/m^3$ و $\gamma_f = 1750\ kg/m^3$ است.
(توضیح: ممکن است بخشی از مصالح فیلتر در آب و بخشی دیگر اشباع نباشد).

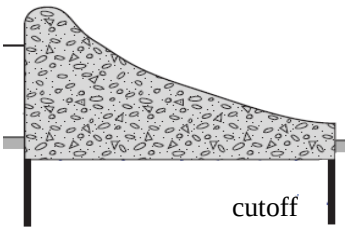


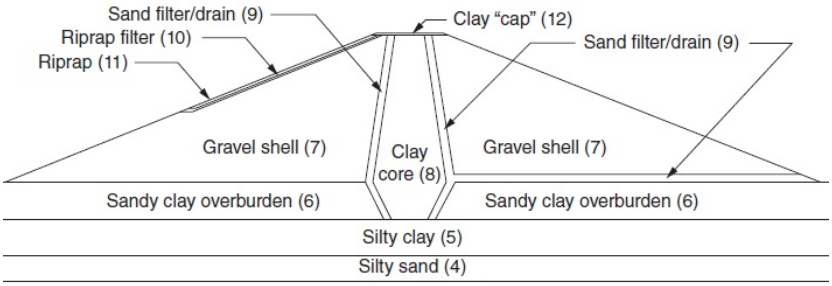


سوال: وقتی $i_{cr} < i_{max}$ شود و یا اینکه ضری اطمینان مناسب در برار جوشش یا رگاب تامین نگردد، چه کارهایی می توان انجام داد؟
پاسخ: برای جلوگیری از پدیده جوشش چندین تکنیک وجود دارد که مهمترین آنها عبارتند از:
۱- طولانی تر کردن مسیر جریان با احداث سپر و Blanket،cutoff و...
۲-طراحی کردن فیلترها









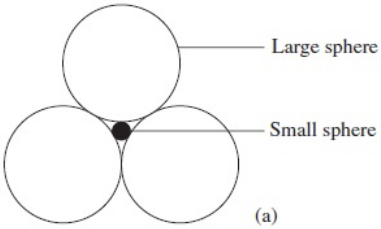
طراحی فیلترها:

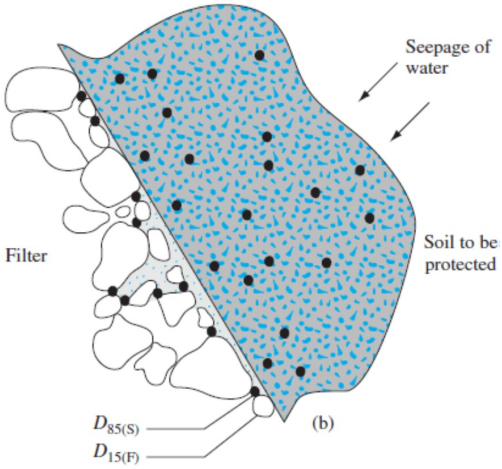
برای جلوگیری شسته شدن ذرات خاک و جلوگیری از پدیده رگاب نیاز به طراحی فیلتر و یا استفاده از ژئوتکستایل هاست. برای طراحی فیلترها دو نکته حائز اهمیت است(U.S. Navy (1971:

الف- فیلترها طوری طراحی شوند که مانع شسته شدن ذرات خاک به داخل آن شوند.

ب- باعث خروج راحتر آب از خاک فیلتر شود تا اضافه فشار آب حفره ای ایجاد نشود.

$$\begin{cases} \dfrac{D_{15(F)}}{D_{85(B)}} \le 5, \quad \dfrac{D_{50(F)}}{D_{50(B)}} \le 25 \\ 4 \le \dfrac{D_{15(F)}}{D_{15(B)}} \le 20 \end{cases}$$

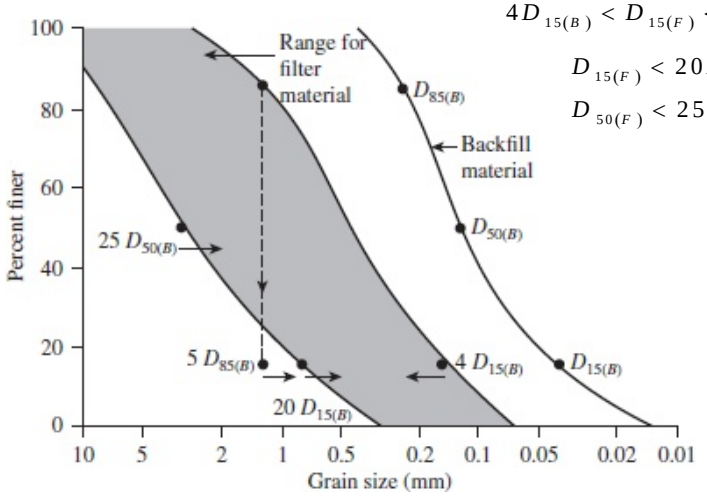




مثالی از طراحی فیلتر:

منحنی دانه بندی مصالح خاکریز (از آزمایش دانه بندی به روش الک) به صورت شکل مقابل است. محدوده اندازه و دانه بندی فیلتر را تعیین کنید؟

$D_{15(B)} = 0.04\text{mm}$, $D_{85(B)} = 0.25\text{mm}$, $D_{50(B)} = 0.13\text{mm}$,



$$4D_{15(B)} < D_{15(F)} < 5D_{85(B)} \Rightarrow 0.16 < D_{15(F)} < 1.25\text{ mm}$$

$$D_{15(F)} < 20D_{15(B)} \Rightarrow D_{15(F)} < 0.8$$

$$D_{50(F)} < 25D_{50(B)} \Rightarrow D_{50(F)} < 3.25$$